



Это цифровая копия книги, хранящейся для потомков на библиотечных полках, прежде чем ее отсканировали сотрудники компании Google в рамках проекта, цель которого - сделать книги со всего мира доступными через Интернет.

Прошло достаточно много времени для того, чтобы срок действия авторских прав на эту книгу истек, и она перешла в свободный доступ. Книга переходит в свободный доступ, если на нее не были поданы авторские права или срок действия авторских прав истек. Переход книги в свободный доступ в разных странах осуществляется по-разному. Книги, перешедшие в свободный доступ, это наш ключ к прошлому, к богатствам истории и культуры, а также к знаниям, которые часто трудно найти.

В этом файле сохранятся все примечания, комментарии и другие записи, существующие в оригинальном издании, как наименование о том долгом пути, который книга прошла от издателя до библиотеки и в конечном итоге до Вас.

Правила использования

Компания Google гордится тем, что сотрудничает с библиотеками, чтобы перевести книги, перешедшие в свободный доступ, в цифровой формат и сделать их широкодоступными. Книги, перешедшие в свободный доступ, принадлежат обществу, а мы лишь хранители этого достояния. Тем не менее, эти книги достаточно дорого стоят, поэтому, чтобы и в дальнейшем предоставлять этот ресурс, мы предприняли некоторые действия, предотвращающие коммерческое использование книг, в том числе установив технические ограничения на автоматические запросы.

Мы также просим Вас о следующем.

- Не используйте файлы в коммерческих целях.
Мы разработали программу Поиск книг Google для всех пользователей, поэтому используйте эти файлы только в личных, некоммерческих целях.
- Не отправляйте автоматические запросы.
Не отправляйте в систему Google автоматические запросы любого вида. Если Вы занимаетесь изучением систем машинного перевода, оптического распознавания символов или других областей, где доступ к большому количеству текста может оказаться полезным, свяжитесь с нами. Для этих целей мы рекомендуем использовать материалы, перешедшие в свободный доступ.
- Не удаляйте атрибуты Google.
В каждом файле есть "водяной знак" Google. Он позволяет пользователям узнать об этом проекте и помогает им найти дополнительные материалы при помощи программы Поиск книг Google. Не удаляйте его.
- Делайте это законно.
Независимо от того, что Вы используете, не забудьте проверить законность своих действий, за которые Вы несете полную ответственность. Не думайте, что если книга перешла в свободный доступ в США, то ее на этом основании могут использовать читатели из других стран. Условия для перехода книги в свободный доступ в разных странах различны, поэтому нет единых правил, позволяющих определить, можно ли в определенном случае использовать определенную книгу. Не думайте, что если книга появилась в Поиске книг Google, то ее можно использовать как угодно и где угодно. Наказание за нарушение авторских прав может быть очень серьезным.

О программе Поиск книг Google

Миссия Google состоит в том, чтобы организовать мировую информацию и сделать ее всесторонне доступной и полезной. Программа Поиск книг Google помогает пользователям найти книги со всего мира, а авторам и издателям - новых читателей. Полнотекстовый поиск по этой книге можно выполнить на странице <http://books.google.com/>

QA
21
.B916

B 478622



Keep covers

Bind in cover

dam

Бубнов

Н. М. Бубновъ.

ПРОФ. УНИВЕРСИТЕТА СВ. ВЛАДИМИРА.

Proiskhozhdeniye i istoriya
ПРОИСХОЖДЕНИЕ И ИСТОРИЯ
nashikh tsifr
НАШИХЪ ЦИФРЪ.

ПАЛЕОГРАФИЧЕСКАЯ ПОПЫТКА.



6

Кіевъ.



Тип. С. В. Кульженко, Пушкинская ул. соб. д. № 4.

1908



ТОГО ЖЕ АВТОРА:

1. Сборникъ писемъ Герберта, какъ историческій источникъ (983—997). Критическая монографія по рукописямъ, ч. I, 1—XX, 1—369, Петербургъ 1888; ч. II отд. 1 и 2, I—XX, 1—1038, Петербургъ 1889—1890. Складъ у автора, цѣна 3 р., съ пер. 3 р. 50 к.

Сочиненіе это удостоено Петербургскимъ университетомъ въ 1891 г., минуя магистерскую, прямо степени доктора всеобщей исторіи, Академіей наукъ въ 1893 большой Макарьевской преміи 1500 р.

2. О значеніи римской исторіи во всемірной. Вступительная лекція. Оттискъ изъ Кіевскихъ Ун. Изв. 1891 г., стр. 1—15.

3. Римское вѣче наканунѣ паденія республики. Публичная лекція въ пользу голодающихъ. Оттискъ изъ Унив. Изв. Кіев. 1892, стр. 1—32.

4. Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica (972—1003). Accedunt aliorum opera ad Gerberti libellos aestimandos intelligendosque necessaria per septem appendices distributa. Berolini 1899. R. Friedländer und Sohn; I—CXIX, 1—620. Pr. 24 m.

Медаль Его Святѣйшества Папы Льва XIII.

5. Ариѳметическая самостоятельность европейской культуры. Культурно-историческій очеркъ. Изслѣдованія по исторіи въ Европѣ, т. I, 1.

Печатаются:

6. Подлинное сочиненіе Герберта объ абакъ или система обыденной ариѳметики классической древности, Кіевскія Ун. Изв. 1905 г. Выйдетъ отдѣльной книгой.

7. Абакъ и Бозцій. Лотарингскій научный подлогъ XI вѣка. Историкокритическое изслѣдованіе въ области средневѣковой науки: Журн. Мин. Нар. Просв., Январь, Февраль, Мартъ 1907 г. Выйдетъ отдѣльной книгой.

Готовятся къ печати:

8. Абакъ и арабы. *Abacus & the arabs.*

9. Древній абакъ — колыбель современной ариѳметики.

The ancient abacus Cradle of contemporary arith.

Н. М. Бубновъ.

ПРОФ. УНИВЕРСИТЕТА СВ. ВЛАДИМИРА.

Bubnov, Nikolai Mikhailovich, 1858-

ПРОИСХОЖДЕНИЕ И ИСТОРИЯ
Origin and History
НАШИХЪ ЦИФРЪ.
of our Numerals.

ПАЛЕОГРАФИЧЕСКАЯ ПОПЫТКА.

Palaeographical Study.

Исслѣдованія по исторіи науки въ Европѣ,
Investigations in the History of European Science in
Т. I, 2.



Кіевъ.
Тип. С. В. Кульженко, Пушкинская ул. соб. д. № 4.
1908.



QA
21
.B916

Памяти дорогой матери,
Екатерины Степановны,
ур. Савицкой,

съ благодарностью
посвящаю трудъ мой.

ВВЕДЕНІЕ.

Исторія нашихъ цифръ имѣетъ очень обширную и разбросанную литературу. Я совсѣмъ не имѣю въ виду исчерпывать эту литературу или даже приводить ее въ настоящемъ этюдѣ, выросшемъ собственно изъ приложенія къ моему сочиненію „Арифметическая самостоятельность европейской культуры“. Для такой библиографической атлетики въ такомъ краткомъ очеркѣ не мѣсто, тѣмъ болѣе, что я хотѣлъ здѣсь изложить свои взгляды на исторію нашихъ цифръ, а не знакомить со взглядами другихъ, мнѣ, впрочемъ, довольно хорошо извѣстными. Взгляды эти крайне противорѣчивы и хаотичны. Въ ихъ безысходный лабиринтъ могло бы ввести читателя специальное сочиненіе о нашихъ цифрахъ. Не берусь обобщать таковое. Мнѣ просто хочется подѣлиться нѣкоторыми своими мыслями, которыя представляются мнѣ новыми. Специалисты оцѣнятъ ихъ правильно и безъ библиографіи съ моей стороны, а обыкновенный читатель, конечно, предпочтетъ изложеніе пѣльнаго одного взгляда, хотя-бы можетъ быть и ошибочнаго, библиографической полнотѣ, тѣмъ болѣе, что и правильность тѣхъ взглядовъ, которое здѣсь можно было бы привести во многихъ мѣстахъ, весьма сомнительна. Однако, разъ я говорю о формахъ нашихъ цифръ у абацистовъ, у разныхъ народовъ и въ разные времена, разъ я сопоставляю по из-

ETK

вѣстной системѣ эти формы, то вѣдь нужно-же указать, откуда я заимствовалъ ихъ. Нѣкоторыя изъ формъ нашихъ цифръ у абацистовъ я впервые самъ нашелъ въ рукописяхъ, но большинство приводимыхъ мною формъ взято, конечно, изъ соотвѣтственной литературы. Только въ этомъ одномъ случаѣ я отступилъ отъ указаннаго мною правила и постарался привести эту литературу съ достаточной полнотой, которая обезпечиваетъ за мною право избѣгать литературныхъ указаній въ другихъ мѣстахъ этого этюда, безъ боязни быть обвиненнымъ въ легковѣсности.

Итакъ, настоящее сочиненіе не имѣетъ въ виду блистать библиографіей предмета. Цѣль его совсѣмъ другая, нелишенная значительной смѣлости, а именно направить изслѣдованіе на новый путь, единственно въ данномъ случаѣ правильный, а именно на путь палеографическій. Путь этотъ состоитъ въ томъ, чтобы, не мудрствуя лукаво, собрать по возможности бѣльшее число формъ нашихъ цифръ у абацистовъ, арабовъ восточныхъ и западныхъ, византійскихъ математиковъ, а также и у индузовъ, однимъ словомъ, у всѣхъ тѣхъ народовъ, которые знакомы со способомъ изображать числа девятью или десятью знаками и которые употребляли знаки, обнаруживающіе сходство съ нашими цифрами, затѣмъ, собравъ ихъ у всѣхъ этихъ народовъ сопоставить ихъ и, сопоставивъ, привести въ извѣстный порядокъ. Порядокъ долженъ быть указанъ самими формами цифръ, именно формы эти должны быть расположены такъ, чтобы происхожденіе каждой слѣдующей изъ предыдущей объяснялось легко и просто при помощи тѣхъ законовъ, которые управляютъ всякими людскими письменами, а именно: а) законъ упрощенія или округленія знаковъ въ цѣляхъ ихъ болѣе скорого и легкаго изображенія,

б) законъ каллиграфическій, т. е. красиваго и изящнаго изображенія знаковъ, который очень часто ведетъ не къ болѣе простымъ, а, наоборотъ, къ болѣе сложнымъ формамъ и, наконецъ, с) законъ діакритическій, имѣющій въ виду устранить неясность тамъ, гдѣ для разныхъ знаковъ появляются довольно схожія формы, путемъ внесенія сознательнаго условнаго отличія въ сходныя формы. Тѣ изъ восточныхъ арабовъ, которые изображали пятерку въ видѣ нуля (см. табл. № 2), не могли, конечно, изображать также и нуль: и вотъ вмѣсто нуля по діакритическому закону они вводятъ точку. Но съ цифрами случаются и такіе казусы, отъ которыхъ застрахованы всѣ другіе знаки: онѣ иногда у одного и того-же народа (напримѣръ, у латинскихъ писателей X—XII ст., т. е. у абацистовъ), а иногда и у различныхъ народовъ принимаютъ различныя положенія; если признать одно положеніе правильнымъ, то оказывается, что нѣкоторыя цифры иногда ложатся бокомъ, иногда ставятся вверхъ ногами, а иногда, даже стоя на ногахъ, производятъ *volte-face*, поворачиваются въ другую сторону. Если еще поворотъ *volte-face* можно было-бы въ нѣкоторыхъ случаяхъ объяснить діакритическимъ закономъ, то это невозможно въ другихъ случаяхъ. Четверка, напримѣръ, (см. табл. № 1 и № 2) въ своей первоначальной формѣ нисколько не похожа ни на одну изъ цифръ, а между тѣмъ она производитъ тѣ-же загадочныя *saltomortale*. Было-бы напраснымъ трудомъ искать причины этой ихъ непосѣдливости въ различіи вкусовъ у различныхъ народовъ, какъ это пытались дѣлать нѣкоторые изъ тѣхъ, кто успѣлъ замѣтить кувырканіе цифръ, такъ какъ этотъ фактъ съ наибольшей силой наблюдается у латинскихъ абацистовъ, живущихъ общими литературными и эстетическими традиціями, а главное по тому, что

вѣдь тоже различіе вкусовъ должно было бы повести къ подобнымъ-же явленіямъ въ исторіи нашихъ алфавитовъ, а этого какъ разъ и не наблюдается. Мнѣ кажется, я угадалъ причину этого явленія: цифры наши сначала не были знаками въ текстѣ книги или рукописи, а были изображены на жетонахъ абака, жетоны же, какъ ничѣмъ ни съ какимъ писчимъ матеріаломъ не связанные, легко могли быть раскладываемы на абакѣ въ различныхъ положеніяхъ, безъ всякаго неудобства для счета, такъ какъ то или другое положеніе дѣлалось привычнымъ въ той или другой странѣ, и даже въ той или другой школѣ. Этотъ случайный фактъ (не законъ!) различія положенія цифръ необходимо тоже имѣть въ виду при расположеніи различныхъ формъ цифръ въ извѣстной системѣ. Для нихъ въ таблицѣ должно быть сохранено особое мѣсто и, во всякомъ случаѣ, инолежація формы не должны быть принимаемы за новый отличный знакъ. Мы увидимъ, что, отведя имъ въ нашихъ таблицахъ видное мѣсто, мы получили возможность сблизить индусскую четверку съ четверкой алгоритмиковъ, т. е. зависящихъ отъ арабовъ латинскихъ писателей начиная съ XII в., и абацистовъ, т. е. считающихъ на классическомъ счетномъ инструментѣ европейскихъ математиковъ X—XII вв. и не видѣть въ индусской семеркѣ табл. 2 (положеніе cd) знака отличнаго отъ семерки абацистовъ (положеніе cd). Опираясь на всѣ эти условія, я составилъ двѣ таблицы, которыя, можетъ быть, подлежатъ передѣлкѣ въ той или другой части, но въ общемъ составляютъ, по моему мнѣнію, то, безъ чего настоящая палеографическая исторія нашихъ цифръ, а другой вѣдь не можетъ быть научная исторія какихъ-бы то ни было знаковъ, была невозможна. Такого рода таблицъ до сихъ поръ не существо-

вало, а потому я имѣю право сказать, что настоящимъ сочиненіемъ я пролагаю для изслѣдованія исторіи нашихъ цифръ новый надежный путь. До сихъ поръ палеографы и другіе ученые, занимавшіеся цифрами, ограничивались тѣмъ, что, по возможности точно передавали цифры той или другой латинской, греческой, арабской, индусской рукописи (или надписи), ставя иногда рядомъ совершенно различныя формы одной и той-же цифры у одного и того-же народа и дѣлая лишь частныя несистематическія попытки объяснить одну форму изъ другой. Читатель, да и сами эти ученые, стояли среди этихъ причудливыхъ и разнообразныхъ формъ, какъ въ лѣсу, и выносили такое убѣжденіе, что никакой закономерности въ данномъ случаѣ не имѣется, а лишь произволъ и случайность. На этомъ изслѣдованіе и кончалось. Дѣло доходило даже у серьезныхъ ученыхъ до того, что они заставляли различные народы перетасовывать цифры, такъ что одинъ и тотъ же знакъ у одного народа значилъ одно изъ первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ, а другой народъ ни съ того, ни съ сего (для оригинальности что ли?) придавалъ ему значеніе другого изъ этихъ чиселъ. При такомъ методѣ ¹ изслѣдованія наукъ оставалось только просто сообщать серіи девяти знаковъ изъ различныхъ источниковъ, ставя ихъ серіями же и рядомъ, чѣмъ обыкновенно и

¹) Такъ, *Hager* (*Memoria sulle cifre arabiche attribuite fin' ai giorni nostri agli Indiani*, *Fundgruben des Orient II* Wien 1811 pp. 65—81, особ. p. 69), производящій наши цифры отъ китайскихъ, нисколько не стѣсняется тѣмъ, что значеніе сравниваемыхъ имъ у разныхъ народовъ знаковъ неодинаково. Онъ, повидимому, даже съ удовольствіемъ константируетъ, что они „translocate dall'antica loro sede“. *Cantor*, *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker*, Halle 1863, p. 236 и, къ несчастью, не онъ одинъ вполне одобряетъ такой принципъ сравненія цифръ. Мнѣ это, увы, очень мало улыбается.

занимаются палеографы. Я оставилъ обычай трактовать цифры серіями по девяти съ указаніемъ, гдѣ та или другая серія встрѣчается, а вынимаю каждую цифру изъ ея серіи и рассматриваю всѣ знаки для одного и того-же числа вмѣстѣ съ точки зрѣнія указанныхъ выше трехъ законовъ писанія и принимая въ соображеніе различіе ихъ положенія. И мнѣ кажется, что мнѣ удалось свести разнообразныя формы цифръ у различныхъ народовъ къ гораздо болѣе близкому сходству, чѣмъ это было сдѣлано до сихъ поръ, а въ каждой отдѣльной культурной группѣ расположить знаки въ ихъ естественномъ палеографическомъ порядкѣ, начиная отъ древнѣйшей формы и переходя шагъ за шагомъ къ позднѣйшимъ, отъ нея происходящимъ.

Палеографическій порядокъ долженъ быть вмѣстѣ съ тѣмъ и хронологическимъ, но однако не въ томъ смыслѣ, чтобы формы древнѣйшія, по самому своему виду среди другихъ, были непременно нами найдены въ древнѣйшемъ документѣ. Сравнительно съ частотой употребленія цифръ той или другой культурной группы въ повседневной жизни, документы, сохранившіе намъ ихъ и извѣстные намъ, очень малочисленны и написаны при самыхъ различныхъ условіяхъ и съ различными намѣреніями, чтобы возможно было утверждать, что форма, встрѣчающаяся въ самомъ древнемъ изъ нихъ, и есть самая древняя. Напримѣръ, 2 у восточныхъ арабовъ, табл. № 2 отд. III, положеніе *cd*, колонна В и С, никѣмъ не можетъ быть признана палеографически болѣе древней, чѣмъ форма *cd*, А, встрѣчающаяся у тѣхъ же арабовъ. Всякій, всмотрѣвшійся въ таблицу, согласится, что форма *cd*, В и С, уже обнаруживаетъ признаки разложенія болѣе древней и общей всѣмъ народамъ формы, произведеннаго стремленіемъ къ скорописи. А она

встрѣчается въ самыхъ древнихъ документахъ и объясняется очень просто: документы эти есть акты гражданскаго права, а нотаріусы по части ортодоксальности и точности въ формахъ цифръ должны уступить пальму первенства математикамъ, особенно тѣмъ изъ нихъ, кто прямо имѣлъ въ виду познакомить читателя съ цифрами или трактовать о различіи ихъ формъ. Послѣдніе, хотя бы они жили и позже, могли сохранить какъ разъ болѣе архаическія и ортодоксальныя формы, чѣмъ жившій до нихъ купецъ или нотаріусъ. Кромѣ того, хронологія документовъ, если исключить группу абацистовъ и алгоритмиковъ оставляетъ, какъ увидимъ желать много лучшаго. Поэтому я выработалъ себѣ слѣдующее правило: не упуская изъ виду хронологіи источниковъ, за древнѣйшую форму въ той или другой культурной группѣ считать однако ту, которая представляетъ наибольшее сходство въ различныхъ группахъ, такъ какъ эта форма должна была существовать до развѣтвленія культурныхъ группъ, а за нею ставить остальные формы въ такомъ порядкѣ, при которомъ каждая послѣдующая форма всего проще объясняется естественными законами писанія изъ предыдущей. Порядокъ этотъ будетъ хронологическій не въ смыслѣ хронологіи источниковъ, а въ смыслѣ палеографическомъ, т. е. развитія формъ, а вѣдь только этотъ послѣдній и имѣетъ для насъ значеніе.

Всѣ знаки таблицъ № 1 и № 2 нарисованы мною отъ руки, а не воспроизведены фотографически. Послѣднее весьма затруднительно и дорого сдѣлать въ такихъ таблицахъ, какъ нижеслѣдующія. Это не лежало въ моихъ возможностяхъ и средствахъ. Многія изъ формъ, кромѣ того, я взялъ изъ печатныхъ книгъ, гдѣ онѣ уже воспроизведены нефотграфически. Мало того, я совѣмъ и не счи-

таю этого необходимымъ. Въ знакѣ намъ нужно уловить его основные элементы, а это мною и сдѣлано. Самый точный портретъ знака есть описаніе его основныхъ элементовъ, а не его фотографіи по чьему бы то ни было почерку. Чтобы дать точное понятіе о томъ, какъ пишется буква А, нужно описать ее, а не указать на факсимиле Семенова, Петрова и т. д., такъ какъ эти факсимиле могутъ заключать въ себѣ большія отступленія отъ нормы и строго наказуемые росчерки. Смѣю думать, что тотъ, кто сличитъ изображенные мною знаки съ оригиналами, долженъ будетъ признать, что я не только копировалъ ихъ, но и писалъ, такъ какъ уловилъ ихъ основные элементы въ томъ или въ другомъ документѣ. Большинство изъ нихъ встрѣчается не въ одномъ, а въ двухъ, трехъ и болѣе источникахъ, такъ что основные элементы той или другой варьирующей формы цифры уловить и особенности индивидуальнаго почерка устранить вполне возможно. Тѣ же изъ нихъ, которые встрѣчаются одинъ разъ, по большей части отличаются отъ другихъ болѣе, чѣмъ можетъ отличить одинъ знакъ отъ другого одинъ только индивидуальный почеркъ, и потому должны быть признаны самостоятельными вариантами формъ, а не случайными отклоненіями той или другой руки. При сравненіи съ другими формами и эти знаки выдають свои основные элементы и позволяютъ выдѣлить все индивидуальное. Только въ нѣкоторыхъ случаяхъ попадаютъ дикія формы, которыя, можетъ быть, являются просто ошибками или неудачной передачей какого нибудь незнакомаго съ дѣломъ переписчика или издателя. Я отмѣчалъ эти сомнительныя формы вопросительными знаками.

Очень сожалѣю, что мысль составить таблицы по изложенной выше системѣ пришла мнѣ въ голову

позже, нежели я написалъ главу IV моей книги „Арифметическая самостоятельность европейской культуры.“ При писаніи этой главы я руководился таблицами, въ которыхъ, по примѣру моихъ предшественниковъ, цифры индусскія (деванагари) и восточно-арабскія были представлены только тѣми знаками, которые возобладали къ новѣйшему времени надъ другими. Только при такихъ неполныхъ таблицахъ возможно утверждать, какъ это я сдѣлалъ въ указанномъ сочиненіи на стр. 83, будто только 1, 2, 3 и 0 въ индусской группѣ цифръ сходны съ 1, 2, 3 и 0 въ арабской и абацистской группахъ. Теперь могу указать у индусовъ вполнѣ сходную съ абацистской и арабской форму для четырехъ, отъ которой указанная мною на стр. 83 форма въ видѣ восьмерки можетъ происходить. Пятерка восточныхъ арабовъ въ видѣ нуля или обратной греческое беты тоже оказывается не совсѣмъ внѣ родства съ пятеркой абацистовъ и индусовъ. Шесть у индусовъ можно, повидимому, и безъ фантазій (какъ это я думалъ, стр. 83) сблизить съ шестью у восточныхъ арабовъ, а восточно-арабскія формы шести производятся отъ знака, сходнаго не только съ пятеркой абацистовъ и западныхъ арабовъ, но и съ одной изъ формъ шестерки у абацистовъ. Сходную съ нашей шестеркой форму семерки у индусовъ возможно производить черезъ посредство еще одной индусской формы отъ такой формы, которая встрѣчается у восточныхъ арабовъ и абацистовъ. Кажется, даже отчаянная форма восьмерки у индусовъ, похожая на двойку абацистовъ, можетъ черезъ другія индусскія формы оказаться сродни одной изъ формъ восьмерки у абацистовъ именно той, которая похожа на латинское „g“. Наконецъ, и для девятки есть у индусовъ знакъ сходный съ 9 у арабовъ и абацистовъ. Теперь, однимъ словомъ,

я не рѣшился бы утверждать происхожденіе индусскихъ, арабскихъ и абацистскихъ цифръ „изъ различныхъ источниковъ, но изъ одного генеративнаго принципа“, какъ это я готовъ былъ сдѣлать на стр. 84, не буду напирать и на „отсутствіи въ Индіи цифръ, близко похожихъ на восточно-арабскія или хотя бы даже на западно-арабскія“, какъ это происходитъ на стр. 85. Въ моей фразѣ, что индусскія цифры „обнаруживаютъ нѣкоторое сходство съ знаками абацистовъ западныхъ и восточныхъ арабовъ“ я согласился бы опустить слово „нѣкоторое“. Но я очень радъ, что и теперь я не вижу никакого основанія производить знаки абацистовъ и арабовъ отъ индусскихъ (ср. стр. 85), или даже считать индусскіе сходные знаки за цифры несомнѣнно мѣстнаго индусскаго происхожденія (ср. стр. 83). За туземное индусское происхожденіе говорить древность нѣкоторыхъ изъ нихъ у индусовъ, такъ какъ они попадаются у индусовъ чуть ли не съ III ст. до Р. Х., правда, еще безъ значенія по положенію. Но я полагаю, что древнѣйшую ихъ традицію мы находимъ у абацистовъ, на что, помимо формъ, указываетъ традиція ихъ названій, уцѣлѣвшая только у абацистовъ и ведущая насъ въ халдейскую древность¹. Во всякомъ случаѣ, и теперь я отличаю три группы цифръ: а) абацистовъ, западныхъ арабовъ и альгоритмиковъ, б) восточныхъ арабовъ, в) индусовъ, и считаю, что ни одна изъ нихъ отъ другой не происходятъ, а всѣ три являются производными отъ одного общаго источника, гдѣ эти знаки еще никакой связи съ нашей ариеметикой не имѣли, такъ какъ не были связаны со значеніемъ по положенію и не пріобрѣли себѣ еще въ спутники нуля. По крайней мѣрѣ,

¹ Бубновъ, Арием. самост. европ. культуры, гл. IV.

у индусовъ нѣкоторые изъ нихъ еще встрѣчаются въ древнѣйшее время (Табл. 2 отд. V) безъ значенія по положенію. Свое значеніе по положенію они, повидимому, приобрѣтаютъ на жетонахъ абака, такъ какъ во всѣхъ трехъ указанныхъ группахъ они мѣняютъ свое положеніе, а это, какъ мы видѣли,¹ объясняется только положеніемъ свободныхъ жетоновъ, на которыхъ они были написаны или которыми были приданы ихъ формы. На жетонахъ же абака они вмѣстѣ съ греческими буквами и римскими цифрами должны были появиться еще въ классическое время, такъ какъ они рядомъ съ греческими буквами и римскими цифрами извѣстны нашимъ абакистамъ X—XII в., которые, какъ я показалъ въ моей книгѣ „Арием. самост. евр. культ.“ совершенно независимы отъ арабскаго, а слѣдовательно и индусскаго вліянія, такъ какъ предполагаемое появленіе нашихъ цифръ прямо изъ Индіи, помимо арабовъ, еще въ I ст. послѣ Р. Х., въ классическомъ мірѣ, въ Александріи, есть результатъ подлога геометріи Боэція². Древность и самостоятельность традиціи абакистовъ, помимо формъ цифръ, доказывается и тѣмъ, что имъ извѣстенъ нашъ нуль еще въ своемъ зачаточномъ видѣ, т. е. въ видѣ неисписаннаго чистаго жетона, и подъ испорченнымъ греческимъ названіемъ *сірос*, *серос* (*ψῖφος*—жетонъ)³, а для цифръ имъ извѣстны нелатинскія и негреческія названія, въ которыхъ нѣтъ ни одного индусскаго слова, есть нѣсколько семитическихъ и нѣсколько принадлежащихъ неизвѣстному языку алтайскаго корня, но совершенно неиз-

¹ Сравни выше стр. 3; см. Арием. самост. европ. культуры, стр. 99.

² Арием. самост. европ. культ., стр. 19—22.

³ Тамъ же, стр. 15, 16, 19, 20 и др. страницы (см. указатель подъ словами „нуль“ и „псефосъ“).

нѣстныхъ ни арабамъ, ни индусамъ ¹. Эти названія и есть, по моему, самое древнее свидѣтельство о родинѣ нашихъ цифръ. Таковой представляется мнѣ древняя Халдея ², т. е. юго-восточная часть Месопотаміи къ Персидскому заливу, гдѣ семиты могли смѣшиваться и смѣшивались чуть ли не съ третьяго тысячелѣтія до Р. Х. съ алтайцами. Впослѣдствіе эти знаки безъ туземныхъ семитоалтайскихъ названій могли уже къ III в. до Р. Х. перейти въ Индію, еще безъ нуля и безъ значенія по положенію. Отсюда же они попадаютъ со своими названіями на жетоны греческаго абака и приобрѣтаютъ себѣ таинственнаго спутника въ видѣ неисписаннаго жетона сипоса, и традиція эта вымираетъ лишь у абацистовъ западной Европы въ XII вѣкѣ. Греческій абакъ проникаетъ на востокъ, а съ нимъ и цифровые знаки, извѣстные Индіи до тѣхъ поръ безъ значенія по положенію, приобрѣтаютъ значеніе по положенію, сходятъ съ жетоновъ на бумагу и обогащаются новымъ письменнымъ знакомъ, нулемъ, который есть не что иное, какъ изображеніе чистаго жетона, сипоса на бумагѣ. Западные арабы усваиваютъ свои цифры отъ западныхъ абацистовъ, а восточные отъ восточныхъ. Индусы обнаруживаютъ знакомство съ нулемъ, изображеніемъ сипоса, не ранѣе нѣсколькихъ столѣтій послѣ Р. Х., но нѣкоторые остальные знаки еще безъ значенія по положенію были имъ извѣстны много раньше. Отсюда убѣжденіе въ ихъ туземномъ происхожденіи. Удобства писчей ариеметики (вмѣсто инструментальной), впервые оцѣненные въ Индіи, даютъ ариметикѣ индусскій отпечатокъ, а греческій жетонъ, преобразившись

¹ Тамъ же, стр. 88—89. Ср. ниже табл. № 1.

² Тамъ же, стр. 93.

въ писчій знакъ на бумагѣ, совершенно позабылъ свое происхожденіе, обратился въ ультра-индусское изобрѣтеніе. Усваивая писчую ариметику изъ Индіи, арабы восточные и западные продолжали употреблять извѣстные имъ еще по абаку знаки, сходные съ индусскими, но ихъ уже легко было убѣдить въ индусскомъ происхожденіи ихъ знаковъ, какъ и всей писчей ариметики.

Исторію цифръ можно изслѣдовать не только впередъ, начиная съ того времени, когда эти знаки уже появились, но и назадъ, поставивъ вопросъ о происхожденіи нашихъ знаковъ. Что они такое? Каковъ ихъ генеративный принципъ? Ихъ выводили изъ: 1) скоро и связно написанныхъ палочекъ, расположенныхъ особеннымъ образомъ (Ant. Muller; Piccard, кромѣ 5, 7, 9); 2) круга, пересѣченнаго двумя перпендикулярными другъ къ другу діаметрами (Абенъ Рагель, арабскій астрономъ XI вѣка); 3) изъ квадрата, въ которомъ проведены діагонали (Rauch); 4) изъ начальныхъ буквъ соотвѣтствующихъ числительныхъ въ санскритѣ (Prinsep, Stevenson, Cantor въ *Mathematische Beiträge*, который, впрочемъ, оговаривается, а въ другихъ сочиненіяхъ отказывается отъ этого взгляда); 5) изъ латинскихъ тироновыхъ нотъ, т. е. изъ латинскихъ стенографическихъ знаковъ, изобрѣтенныхъ или усовершенствованныхъ Тирономъ, вольноотпущенникомъ Цицерона (Vossius, что опровергнуто Корр'омъ)¹; 6) изъ китайскихъ числовыхъ іероглифовъ (Hager)² 7) изъ буквъ алфавитовъ: а) египетскаго іероглифическаго (Seyffarth), б) индусскаго, в) греческаго (Huet), г) персидскаго (Cantor, *Math. Beitr.* потомъ оставилъ), е) бактрійскаго

¹ Cantor, *Mathem. Beiträge*, pp. 59 слѣд. и 167.

² Hager, см. выше прим. 1.

(см. ниже въ матеріалахъ для индусскихъ цифръ, взгляды Bayley). Только у Huet,¹ при полной парадоксальности, выполнено главное условіе производства отъ алфавита, именно буквы взяты въ порядкъ дѣйствительно существовавшего алфавита, а не перетасованы въ томъ порядкъ, въ какомъ это нужно *ad utilitatem hypotheseos*, для пользы той или другой теоріи; 8) изъ знаковъ пифагорейской символики (Vincent², но вся эта пифагорейщина вмѣстѣ съ пифагорейцемъ Архитомъ геометріи Боэція навсегда выброшена мною изъ научной житницы, какъ ненужный соръ). Я полагаю, что для 1, 2, 3, 4 мнѣ удалось привести въ таблицѣ № 1 отд. VI матерьялъ, до сихъ поръ оставлявшійся безъ вниманія, который ставитъ почти внѣ сомнѣнія фактъ, что эти цифры образовались изъ особымъ образомъ расположенныхъ палочекъ. Палочка же есть естественной іероглифъ единицы, если хотите, изображеніе пальца руки. Пятерка есть или іероглифъ руки, какъ римское V іероглифъ пятерки, или, что менѣе вѣроятно, пять палочекъ, расположенныхъ въ видѣ буквы капитальной латинской E. Далѣе, по моему, должны, какъ въ римскихъ цифрахъ, идти комбинаціи знака пятерки съ сложившимися изъ палочекъ 1, 2, 3, 4.

Было бы смѣшно думать, что вся исторія цифръ угадана мною безошибочно и безповоротно. Кто всмотрится въ составленныя мною таблицы, тотъ долженъ быть пораженъ разнообразіемъ формъ одной и той же цифры и иногда полнѣйшимъ сходствомъ знаковъ для различныхъ цифръ. Можно

¹ Demonstratio evangelica, prop. IV.

² Des notations scientifiques à l'école d'Alexandrie (Revue-Archéol. t. II, sec. partie, Paris 1846 pp. 601—621); Note sur l'origine de nos chiffres (Journ. de Math. pures et appliquées, par Liouville t. IV, 1839 pp. 261—279).

прямо вывести правило, что ни сходство знаковъ, ни различіе ихъ само по себѣ еще ничего не доказываютъ. При такихъ условіяхъ работа затруднительна и безъ извѣстной системы никакія заключенія невозможны. Я показалъ здѣсь свою систему. Другіе пусть покажутъ свою, но они будутъ принуждены слѣдовать указанному мною методу, а также можетъ быть и принять основные факты и сближенія, выставленныя мною. Самый же основной изъ нихъ, это, что наши современные европейскія цифры и не нюхали Индіи. Они образуются табл. № 2 отд. II-й изъ цифръ алгоритмиковъ, которые въ XII—XVI вѣкахъ проходятъ цѣлый рядъ скорописныхъ измѣненій, а цифры алгоритмиковъ взяты у западныхъ арабовъ (цифры гобаръ), не безъ вліянія на нихъ со стороны извѣстныхъ алгоритмикамъ цифръ абацистовъ. Западные же арабы взяли свои цифры у тѣхъ же абацистовъ, только еще раньше своего знакомства съ писчей индусской ариметикой, а послѣ принятія этой послѣдней удержали свои цифры, но только цифры эта подверглись скорописнымъ измѣненіямъ ранѣе, чѣмъ въ XII в. попали къ алгоритмикамъ. Такимъ образомъ, наши цифры въ концѣ концовъ суть измѣненныя скорописью цифры абацистовъ, которыя были извѣстны имъ во всякомъ случаѣ не изъ Индіи.

Глава I.

The re-establishment of the numerals of the abacists Возстановленіе цифръ абацистовъ.

Что такое абацисты? Это люди, которые операциі элементарной ариеметики производили на счетномъ инструментѣ, а инструментъ этотъ называли абакъ. А что за счетный инструментъ этотъ абакъ? Это во всякомъ случаѣ не счетная современная машина, съ разнаго рода приспособленіями, пользуясь которыми можно автоматически производить разнаго рода операциі. Абакъ куда скромнѣе. Русскіе счеты, извѣстные каждому, есть въ сущности одинъ изъ видовъ этого счетнаго инструмента. Формы и виды абака были разныя, но сущность вездѣ одинаковая. Это рама съ натянутыми на ней проволоками, по которымъ движутся жетоны, какъ русскіе счеты, это доска мѣдная съ вырѣзанными на ней желобками, въ которыхъ движутся прикрѣпленныя къ доскѣ кнопки, какъ римскій абакъ, это столъ или доска разграфленная на колонны, въ которыхъ раскладываются свободные жетоны, какъ саламинская доска, — одинъ изъ видовъ греческаго абака. Проволоки, желобки, колонны имѣютъ цѣлью создать десятичный кадръ, на которомъ жетоны имѣютъ значеніе *по положенію* на кадрѣ и на которомъ не существуетъ никакой надобности въ нашемъ нулѣ. Онъ съ успѣхомъ замѣняется незанятымъ мѣстомъ проволоки, желобка или пустой колонной. Жетоны, которыми

пользовались абацисты, были двухъ родовъ: это были или жетоны безъ всякихъ помѣтокъ на нихъ, какъ на нашихъ счетахъ, на римскомъ абакѣ, на саламинской доскѣ, или же были мѣченны цифрами. Немѣченныхъ жетоновъ въ каждую колонну можно класть, конечно, сколько угодно, но собственно надобности больше, чѣмъ въ девяти жетонахъ, для каждой колонны нѣтъ. Поэтому и на мѣченныхъ жетонахъ не нужно было писать цифру большую, чѣмъ девятка. Такъ при помощи всего девяти знаковъ на жетонахъ абацисты изображали на абакѣ любое число ничуть не хуже, чѣмъ мы теперь. Пустой жетонъ, оставшійся въ употребленіи рядомъ съ мѣченными, иногда и у абацистовъ отмѣчалъ плеонастически пустую колонну, а, можетъ быть, подчасъ и замѣнялъ собою пустыя колонны, позволяя изображать жетонами на столѣ безъ специально приготовленнаго десятичнаго кадра любое число и являясь пластическимъ прообразомъ графическаго нуля нашего времени.

Подъ абацистами въ этомъ сочиненіи мы и разумѣемъ людей, которые считали мѣченными жетонами на десятичныхъ колоннахъ, употребляя иногда для побочныхъ цѣлей и немѣченный жетонъ, называвшійся у нихъ „колесомъ“ (rota), „кружкомъ“ (rotula) или сипосомъ (sipos=psiphos=psephos=ψῖφος, по гречески жетонъ). Сочиненія, въ которыхъ изложена эта послѣдняя система абака съ колоннами и мѣченными жетонами, дошли до насъ только отъ X—XII вѣковъ послѣ Р. Х., но самая система есть, несомнѣнно, переживание и даже, можно сказать, доживанье классической традиціи. Послѣ XII вѣка эта традиція чахнетъ, уступая мѣсто нашей современной графической ариѳметикѣ, которая, конечно, есть результатъ простаго переложенія абака на бумагу. До X в. объ абакѣ съ мѣченными

жетонами не говоритъ ни одинъ документъ. Геометрія Боэція съ такимъ абакомъ есть, какъ я недавно показалъ, несомнѣнно лотарингскій подлогъ конца XI вѣка. Для такого молчанія, есть много причинъ, о которыхъ распространяться здѣсь нечего, тѣмъ болѣе, что обо всемъ томъ, что касается абака, жетоновъ на немъ и мѣтокъ на жетонахъ, я уже достаточно сказалъ въ моей книгѣ „Ариѣметическая самостоятельность европейской культуры“, куда за всѣмъ этимъ и отсылаю.

Итакъ абацистами въ настоящемъ сочиненіи я буду называть латинскихъ средне-вѣковыхъ писателей X—XII вв., такъ или иначе излагающихъ систему абака съ колоннами и мѣченными жетонами. Писатели эти естественно являются первостепенной важности источниками въ исторіи нашей ариѣметики, такъ какъ уже только что сказаннаго достаточно, чтобы убѣдиться, что абакъ есть далекое, постепенно и незамѣтно шагъ за шагомъ развивавшееся прошлое нашей ариѣметики, дающее полную отставку всѣмъ воображаемымъ мудрецамъ, будто бы сразу изъ головы измыслившимъ нашу ариѣметику и открывшимъ такую хитрую вещь, какъ нуль. Къ чему мудрствовать, когда дѣло обходится благополучно безъ мудрецовъ и идетъ медленнымъ ходомъ обыкновенныхъ головъ?

Значеніе абацистовъ въ исторіи ариѣметики уже давно оцѣнено. Много толковали и толкуютъ о цифрахъ у абацистовъ. Абацисты X—XII вв. свои жетоны мѣтили: 1) римскими цифрами (I—VIII), 2) буквами греческаго цифроваго алфавита (Α, Β, Γ—Θ), 3) знаками, сходными съ нашими современными цифрами. Ясно, что и для исторіи нашихъ цифръ здѣсь liegt der Hund begraben. А что если абацисты взяли свои цифры не у испанскихъ арабовъ IX и X вв., которые, по согласнымъ свидѣтельствамъ арабскихъ

и неарабскихъ свидѣтелей, сами заимствовали ихъ у индусовъ? Что если абацисты даже и въ I столѣтіи послѣ Р. Х. не знакомились съ индусскими цифрами черезъ Александрію, куда они будто бы прибыли еще безъ нуля, какъ это допускаетъ господствующая гипотеза о происхожденіи нашихъ цифръ? Увы, Боэцій, главная поддержка этой гипотезы, разжалованъ мною въ лотарингскаго монаха XI вѣка, а Vincent, второй столпъ ея, съ своею мистико-эротическою фантазіей, съ которой мы ниже познакомимся, не стоитъ на высотѣ положенія, требующаго трезвой и дѣвственной мысли. Куда тогда дѣнутся индусы и не прійдется ли перестраивать въ исторіи ариеметики все отъ А до Z?

Разумѣется, все это ересь и даже очень опасная, которой можно противопоставить нѣсколько весьма вѣскихъ текстовъ. Но, увы, всѣ эти тексты, называющіе нашу ариметику и цифры индусскими, не древнѣе VIII вѣка. А къ VIII вѣку исторія нашей ариеметики и цифръ была окончена и текстовъ намъ о себѣ никакихъ не оставила. Строить исторію цифръ на нѣсколькихъ арабскихъ и не арабскихъ текстахъ, относящихся къ такому позднему времени, врядъ ли основательно. Вѣдь всѣ они могутъ отражать на себѣ добросовѣстное заблужденіе извѣстной эпохи! Вѣдь были же европейцы съ XIII вѣка и до очень позднихъ временъ убѣждены не въ индусскомъ, а арабскомъ происхожденіи нашихъ цифръ, а мы и до сихъ поръ называемъ ихъ арабскими! Не такая ли же оказія произошла съ арабами, считавшими за индусское то, что могло имъ и не быть?

Тексты вещь, конечно, прекрасная, но не въ нихъ однихъ спасеніе. Иногда и собственные глаза помогаютъ. А вѣдь цифры разныхъ народовъ и разныхъ временъ представлены цѣлымъ рядомъ изо-

бражений. И вотъ внѣшній то видъ цифръ у разныхъ народовъ и въ разныя времена есть самъ по себѣ источникъ первостепенной важности. Это болѣе объективный и болѣе доступный контролю матерьялъ, чѣмъ любое свидѣтельство. Сколько прекрасныхъ и, повидимому, авторитетныхъ свидѣтельствъ похоронены палеографіей!

Какъ бы того же не случилось и съ арабскими свидѣтельствами о происхожденіи нашихъ цифръ?

Кромѣ того, вопросъ объ отношеніи цифръ абацистовъ къ цифрамъ арабскимъ или индусскимъ на основаніи свидѣтельствъ уже прямо рѣшать невозможно. Древнѣйшіе извѣстные намъ абацисты X и XI вѣка ничего по этому поводу не говорятъ и, конечно, потому, что ничего объ этомъ сказать не могутъ. Для нихъ цифры нѣчто испоконъ вѣку существующее, чего происхожденіе указать и невозможно, и даже не особенно интересно. Въ XII вѣкѣ намъ уже подносятся свидѣтельства, но, увы, противорѣчивыя: то приписываютъ весь абакъ арабамъ, то забираются для розыска начала нашихъ цифръ въ древнюю Халдею (Радульфъ Ланскій) ¹. Да и относительно арабскихъ цифръ не все въ свидѣльствахъ благополучно. Тѣ же свидѣтели, которые называютъ ихъ индусскими, не только указываютъ на отличіе нѣкоторыхъ изъ нихъ отъ индусскихъ, но и на фактъ, что у самихъ арабовъ два совершенно различныхъ написанія цифръ: западно-арабское—гобаръ и восточно-арабское.

Итакъ цифры у абацистовъ, ихъ первоначальныя формы, имѣютъ въ исторіи нашихъ цифръ очень важное значеніе, но, какъ слѣдуетъ, они установлены не были. Обыкновенно излѣдователи

¹ Арием. самот. европ. культуры стр. 56 пр. 1, стр. 61 прим. 1.

считаютъ свою задачу поконченной, разъ имъ удастся набрать нѣсколько примѣровъ изображенія цифръ абацистами. Сопоставивъ ихъ серіи, они довольствуются констатированьемъ факта общаго сходства этихъ серій между собою и съ цифрами арабскими. Но вѣдь это только начало изслѣдованія! Вотъ почему и формы цифръ у абацистовъ точно установлены не были. А это прежде всего необходимо. Сдѣлаемъ это и сравнимъ эти формы съ цифрами арабовъ (западныхъ, восточныхъ), индусовъ и алгоритмиковъ.



1.

Таблица цифръ у абацистовъ или таблица № 1. Матерьялы для ея составленія.

Для составленія таблицы знаковъ у абацистовъ мы должны теперь, увы, довольствоваться всего лишь документами XI—XIII вѣковъ. Продолжать эту серію вѣковъ впередъ по направленію къ нашему времени неинтересно, если бы и было возможно. Вѣдь уже съ XII вѣка знаки абацистовъ начинаютъ вытѣсняться знаками алгоритмиковъ¹, которыми мы и теперь въ измѣненномъ видѣ пользуемся. А вотъ обратное шествіе въ древность было бы очень интересно предпринять, но суровая дѣйствительность не склонна насъ баловать. Излюбленная въ этомъ отношеніи геометрія Боэція въ двухъ книгахъ помогала многимъ ученымъ добираться, по крайней мѣрѣ, до начала VI вѣка, а съ этимъ вѣкомъ и прямо до классической древности. Для меня теперь эта геометрія будетъ документомъ всего лишь конца XI вѣка, такъ какъ я точно доказалъ, что она написана не ранѣе этого вре-

¹ Отъ испорченнаго арабскаго эпитета Альхваризми, подъ которымъ былъ извѣстенъ писатель IX вѣка Мохаммедъ-ибнъ-Муза, одинъ изъ первыхъ арабскихъ писателей объ индусской ариметикѣ. Алгоритмиками называются латинскіе писатели, излагавшіе съ XII вѣка новую индо-арабскую арифметику на западѣ Европы.

мени¹. Бетманъ при помощи Иврейской рукописи № LXXXIV доходитъ до болѣе скромной древности, до Карла Великаго (Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde IX p. 623, XII p. 594), но эта рукопись, оказывается, принадлежитъ тому же досадному XI вѣку (*Cantor, Vorlesungen über Gesch. der Math.* I², p. 824). Не болѣе счастливой оказалась и Цюрихская рукопись (C 78, 451, 4^o Stadtbibliothek), которая можетъ быть и X вѣка (Archiv VII p. 172), но цифры то въ нее внесены послѣ и другимъ черниломъ безъ всякой связи съ текстомъ (*Cantor, Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker, Halle 1863, pp. 290, 291*). Изъ классической же древности намъ никто такихъ знаковъ не сообщаетъ.

Волей-неволей приходится ограничить свои притязанія на древность XI столѣтíемъ, если опираться на дату написанія документовъ, и только заключеніями можно идти глубже. Я полагаю однако, что мнѣ удалось напасть на слѣды цифръ у самаго Герберта, а вѣдь онъ уже умеръ въ 1003 году. Съ него мы и начнемъ перечень нашихъ источниковъ, который своей полнотой превосходитъ всѣ предыдущія попытки въ этомъ родѣ.

1. Цифры Гербертовской ^{*School*} ~~школы~~ въ рукописи Bern (Bongars.) 250 fol. 1 г. Эту рукопись даже и относятъ къ X вѣку, но мы не слишкомъ будемъ надѣяться на точность этой датировки и согласны даже уступить и выдать ее за рукопись XI вѣка, а знаки, стоящіе въ ней, мы все-таки считаемъ за знаки X вѣка, принадлежащіе школѣ знаменитаго Герберта. Въ бернской рукописи мы находимъ на fol. 1 г. рисунокъ 27-ми колоннаго абака, въ которомъ эти

¹ Арием. сам. евр. культ., 19—23, 39—42. См. мое сочиненіе „Абакъ и Боэцій“, Журн. Мин. Нар. Пр. 1907, 1908.

колонны сверху соединены дугами въ группы по три, а каждая изъ такихъ группъ имѣетъ еще двѣ дужки поменьше, которыя стоятъ внутри большой дуги, соединяющей три колонны въ самостоятельную группу: правая изъ этихъ дужекъ соединяетъ линіи, образующія колонну единицъ, единицъ тысячъ, единицъ миллионовъ, и т. д., а лѣвая соединяетъ въ одно двѣ другія колонны, т. е. колонны десятковъ и сотенъ, десятковъ и сотенъ тысячъ, десятковъ и сотенъ миллионовъ и т. д. Кромѣ того, тутъ въ длину абака проведены еще линіи, пересекающія колонны абака перпендикулярно, съ отмѣтками на нихъ, насъ здѣсь неинтересующими. Совершенно такой рисунокъ абака даетъ рукопись Paris Bibl. Nat. fonds lat. 8663 s. XI fol. 49 v. Такой рисунокъ абака, я утверждаю, слѣдуетъ считать за гербертовскій и по слѣдующимъ мотивамъ. 1) Рисунокъ бернской рукописи надписанъ: „Girbertus Latio numeros abacique figuras“, т. е. „Гербертъ (преподноситъ) Латіуму (римскому міру) числа и знаки абака“. 2) Въ парижской рукописи № 8663 этотъ рисунокъ стоитъ при текстѣ сочиненія Герберта объ абакѣ и притомъ неподалеку отъ единственнаго подлиннаго текста сочиненія Герберта (во всѣхъ другихъ рукописяхъ текстъ уже подвергся измѣненіямъ)¹. 3) Въ Парижской рукописи Bibl. Nat. Nouv. Acq. 886 XI—XII в. на fol. 119 v. стоитъ тотъ же стихъ „Girbertus—figuras“ въ видѣ заглавія сочиненія Герберта объ абакѣ, которое уже подверглось переработкѣ (см. *H. Omont*, Notice sur le Manuscrit lat. 886 des nouvelles acquisitions de la Bibl. Nat. въ *Extraits des Mss. de la Bibl. Nat. t. XXXIX*, а также отдѣльно, Paris 1907, p. 10 отд. изд.). 4) Рихеръ, ученикъ Герберта, въ

¹ Тамъ-же, стр. 31—39.

своей написанной еще при жизни Герберта и по его предложенію исторіи (Richeri Hist. I. III с. 54) говорить, что Гербертъ „въ длину своего абака, которая раздѣлена на 27 частей, расположилъ девять знаковъ, которыми можно изобразить любое число“ (*cujus longitudini in XXVII partibus deductae novem numero notas omnem numerum significantes disposuit*). Никто до сихъ поръ не понималъ того, что хотѣлъ сказать Рихеръ. Онъ говоритъ совсѣмъ не о девяти родахъ цифръ вообще, а о тѣхъ 9 цифрахъ, которыя стояли въ длину гербертовскаго абака, составляя часть самаго рисунка абака, и были разъ навсегда на немъ изображены. Поэтому онъ и говоритъ „расположилъ“ (*disposuit*), а не располагалъ (*disponebat*, или *disponere solebat*). Длина была подѣлена на 27 колоннъ. Спрашивается, въ какія колонны были поставлены изображенія девяти цифръ? Возможно поставить ихъ рядомъ по цифрѣ на колонну, начиная отъ единицъ, и возможно поставить ихъ черезъ двѣ въ третью. Тогда они расположатся во всю длину абака. Это больше соотвѣтствуетъ рихеровскому „*cujus longitudini—disposuit*“, а главное это рихеровское счисленіе находитъ себѣ реальную иллюстрацію въ рисункѣ бернской рукописи, гдѣ во всю длину абака, черезъ двѣ колонны въ третью, справа влѣво, подъ дужкой, обозначающей единицы, единицы тысячъ, милліоновъ и т. д., стоятъ, по одной на колонну, девять цифровыхъ знаковъ, очевидно, нанесенныхъ и на аналогичный рисунокъ парижской рукописи № 8663 только случайно. 5) Впервые мною напечатанный комментарий на сочиненіе Герберта объ абакѣ учить насъ дѣлать рисунокъ абака въ 27 колоннъ и ставить цифры по одной справа влѣво въ колонны единицъ, единицъ тысячъ, единицъ милліоновъ и т. д. Если къ этому присоединить,

что, по тому же Рихеру, Гербертъ употреблялъ на абакѣ вырѣзанныя изъ рога цифры, а не жетоны съ нарисованными цифрами, а въ знакахъ бернской рукописи шестерка имѣетъ какъ разъ такую отличающуюся отъ другихъ вариантовъ этого знака у абацистовъ форму (табл. № 1, отд. I, колонна E, 6, положеніе cb), которая не можетъ быть объяснена поворотомъ знака вокругъ перпендикулярной къ абаку оси, а только вокругъ оси, параллельной поверхности абакъ, каковой поворотъ возможно сдѣлать только вырѣзанной цифрой, то придется признать, что мнѣ выпала на долю завидная удача розыскать въ темнотѣ вѣковъ столь тщетно и страстно искомыя гербертовскія цифры и абакъ.

2. *Цифры Бернелина*, автора XI ст., въ его *Libri abaci*, по шести рукописямъ, но плохо, изданнаго *Olleris*, *Oeuvres de Gerbert*, Paris Clermont-Ferrand, 1867, pp. 357—400. Сомнительное изображеніе цифръ находится р. 361, причемъ *Olleris* не указываетъ вариантовъ изображеній знаковъ по рукописямъ, и остается неизвѣстнымъ, которой же изъ шести онъ придерживается. Мнѣ извѣстно до 12 рукописей Бернелина (*Gerb. Opp. Math.* р. XCI), но изображенія знаковъ я знаю только по слѣдующимъ.

a) Karlsruhe 36 t. s. XII fol. 106 r. См. *Treutlein*, *Intorno ad alcuni scritti inediti relativi al calcolo dell' abaco* (Bullet. di Bibliogr. et di Storia delle scienze matematiche e fisiche, t. X, Roma 1877, p. 596).

b) München 14689 (Emmer. G LXXIII) s. XII fol 49 v. См. *Treutlein*, l. c. *ibid.*

c) Paris 7193 s. XII fol. 2. См. *Natalis de Wailly*, *Élém. de paléographie* t. II Paris 1838, p. 256 pl. VIIa. Отсюда *Hankel*, *Zur Gesch. d. Math.*, Leipzig 1874 p. 325.

Знаки Оллериса повторяетъ *Treutlein*, Geschichte unserer Zahlzeichen. Karlsruhe 1875, въ табл. подъ № 23.

Рендъ - Кеслингъ.
3. Лжебозций XI в., въ геометрии изданной *Friedlein*, A. M. Torquati Sev. Boethii de inst. Arithmetica libri duo, de inst. Musica libri V, accedit Geometria, quae fertur Boethii, Lipsiae 1867:

а) Erlangen 288 s. XI; прежде эта рукопись была въ Altdorf'ѣ въ Швейцаріи. *Weidler*, De characteribus numerorum vulgaribus et eorum aetatibus veterum monumentorum fide illustratis, Witemberg. 1727;—*Mannert*, De numerorum, quos Arabicos vocant, vera origine Pythagorica, Norimbergae 1801;—*Gerhardt*, Ueber die Entstehung und Ausbreitung des dekadischen Zahlesystems, p. 10, рисунокъ;—*Friedlein*, Gerbert, die Geometrie des Boethius und die indischen Ziffern, Erlangen, 1861, Taf. VI;—*Cantor*, Math. Beitr., 1863, рисунки 39 и 40;—*Friedlein*, въ изд. Боэція, рисунокъ къ стр. 396;—*Hankel*, Zur Gesch. d. Math, p. 325;—*Treutlein*, Gesch. u. Zahlz., табл. n. 17;—*Gundermann*, Die Zahlzeichen, Giessen 1899, p. 8 (Boethius s. XI).

б) München 23511 s. XII. *Friedlein*, изд. Боэція ibid.;—*Treutlein*, Gesch. u. Zahlz., табл. n. 19.

с) Boncompagni 230 s. XII, *Friedlein*, ibid.;—*Treutlein*, ibid. n. 18.

д) Barberini 830 s. XII. Friedl. ibid.;—*Treutlein* ibid. n. 20;—*Gundermann* p. 8 (Boethius s. XII).

е) Vatic. 3132 s. XII. *Friedlein* ibid. считаетъ ее ошибочно X вѣка;—*Treutlein*, ibid. n. 21;—*Gundermann*, p. 8 (Boethius ss. XI—XII).

ф) Chartres 498 (прежде 142) s. XII. *Charles*, Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géometrie, Paris 1837 и 1875 p. 467 (считаетъ XI в.).—*Vincent*, Note sur l'origine de nos chiffres (Journ. de Mathematiques pures et appliqués,

publ. par Liouville, t. IV, 1839, p. 262);—*Gerhardt*, Ueber die Entstehung und Ausbreitung des dekadischen Zahlensystems, p. 10, рисунокъ;—*Friedlein*, Gerbert, Taf. VI;—*Cantor*, Mathem. Beiträge, рис. 41 и 43 (Handschrift c);—*Treutlein*, Gesch. u. Z., табл. n. 16.

g) *Paris*, 7377 C s. XI—XII. *Friedlein*, Gerbert. Taf. VI;—*Cantor*, Math. Beitr., рис. 41.

h) *Paris* 7185 s. XII—XIII. *Friedlein* Gerbert. Taf. VI;—*Cantor*, Math. B., рис. 41.

i) Рукопись, XII? в., бывшая въ XVIII ст. въ библиотекѣ of Doctor Mead. *Ward*’ а статья въ Philosophical Transactions, t. XXXIX (1735, 1736), p. 125, number 439, Tab. II;—*Treutlein*, Gesch. u. Zahlz., табл. n. 22.

k) Ватиканская рукопись Ottob. Vat. s. XIII (№?), приведенная въ изданіи Боэція *Friedlein*’а.

St. Gallen 4. Сангалленская таблица умноженія для абацистовъ, найденная мною въ рукописи S. Gallen № 830 s. XI p. 310 лѣтомъ 1906 г.

5. Знаки Иерейской рукописи XI в. (см. выше стр. 23). *Signe d'Israël manuscrit*.

6. Цюрихская рукопись X в., куда знаки внесены, вѣр., въ XI или XII вв. (см. выше стр. 23). *Archiv der Ges. f. alt. d. Gesch.* VI p. 172, 354;—*Friedlein*, Gerbert, Taf. VI;—*Cantor*, Math. Beitr., рис. 51.

7. *Радульфъ Ланскій* (Radulfus Laudunensis; liber de abaco), писатель начала XII в., умершій 1131 г., въ рукописи *Paris* 15120 s. XIII fol. 2 r.—v. См. изданіе его *Alfred*’омъ *Nagl*’емъ, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, t. XXXIV, Supplem. (1890), p. 97.

8. *Герландъ Безансонскій*, умершій 1141 или 1148 г. Изданъ *Treutlein*’омъ въ *Bullet. di bibliogr. e di storia delle scienze matematiche* (Boncompagni) t. X p. 595 sqq.

a) *Oxford S. John’s College* XVII, fol. 50 r., около 1110, по копіи, снятой специально для меня.

b) München 14689 s. XII fol. 99 r. *Treutlein* въ изданіи р. 596.

c) Karlsruhe 36 t. s. XII. *Treutlein* ibid.

d) London Arundel 343 (въ Лондонѣ, British Mus). s. XII fol. 1. *Halliwell*, Rara mathematica, London 1839, впереди книги на рисунокъ;—*Vincent*, Note sur l'origine de nos chiffres (Journ. de Math., publ. par Liouville, t. IV. 1839 p. 262);—*Friedlein*, Gerbert, Taf. VI. Всѣ эти писатели не знали, что въ Arundel 343 находится Герландъ въ анонимномъ видѣ. Это установлено мною сличеніемъ Halliwell'я съ изданіемъ Treutlein'a. Не знаю, чѣмъ объяснить, что знаки для 8 и 2 у Фридлейна отличаются отъ знаковъ для этихъ цифръ у Halliwell, а всѣ остальные цифры у Фридлейна, хотя и сходны въ общемъ съ цифрами Halliwell'я, но имѣютъ положеніе кверху ногами.

9. *Анонимъ Мюнхенской рукописи* München 14689 s. XII fol. 105, начинающійся словами „Doctori et patri theosopho I. G. filius ejus“. Изд. *Treutlein*'омъ въ *Bulletino di bibliogr.* t. X., 1877, p. 607.

10. *Анонимъ Алессандрійской рукописи* № 171 s. XII fol 1. Изданъ *Enr. Narducci*. *Intorno ad un manuscritto della Bibliotheca Alessandrina contenente gli apici di Boezio senz' abaco e con valore di positione* (Mem. dell'. Accademia Reale dei Lincei, Classe de scienze fisiche, matematiche e naturali. Serie 3 vol. I, 1877, pp. 503—509).

11. *Анонимъ парижской рукописи*, начинающійся словами „Ars ista vocatur abacus“. Paris Bibl. Nat. 15119 (S. Victor 533) XII вх. Изданъ *Charles*'емъ *Comptes Rendu de l'Ac. des. Sc.* t. XVI, 1843, pp. 237—246. См. p. 238.

12. *Turchillus*, авторъ жившій еще въ нач. XIII, а писавшій свой трактатъ объ абакѣ во второй половинѣ XII в. Изданъ по cod. Vat. 3123 s. XII,

car. 55—64 Boncompagni въ *Bullet. di bibl. t. XV, Roma 1882, pp. 135 sqq.* См. p. 136.

Таинственныя названія нашихъ цифръ мы находимъ у Лжебоэція (3) въ рисункѣ абака, Радульфа Ланскаго въ текстѣ (7), Герланда Безансонскаго, который употребляетъ эти названія даже въ вычисленияхъ (8), Анонима парижской рукописи (11), Туркилла (12), а кромѣ того одни ихъ названія безъ изображеній мы находимъ еще въ стихахъ, составленныхъ, очевидно, для мнемоническихъ цѣлей.

13. Мнемоническіе стихи XII в., нач. словами „Ordine primigeno sibi nomen vindicat Igin“.

a) *Vat. Univ. 5327. Cantor, Vorles. I^a p. 859* безъ заглавія.

b) *Chartres 498 (142) s. XII. Chasles, Aperçu hist. p. 473* (отн. къ XI в.)

c) *Paris Nouv. Acq. 886 s. XI—XII fol. 107* съ заглавіемъ „Versus de nominibus characterum arabicorum ad abacum pertinentium“. *Omont, Notice sur le MS lat. 886 de la B. N., Paris 1907, p. 5.*

14. Стихи ? вѣка въ рукописи XIV в., начинающіеся, „Unus adest igin, andras duo, tres reor arnim“. Изъ рукописи *Bibl. Trinity Coll. Cant. inter MSS Gab. O. 2. 45 fol. 33* г. напечатаны *Halliwell, Rara mathematica, p. 109.*

15. Стихи ? вѣка въ рукописи Trinity College, написанные рукою XIV в. на отдѣльномъ листкѣ (fly—leaf) въ ариметикѣ Боэція. Начинаются: „Primus Igin, andras, ormis, quarto subit arbas, Quinque quinas, termas, zenis, temenias, celentis“. См. *Halliwell, Rara math. p. 108.*

Вотъ эти названія: Igin (=1; igni, Gerlandus, *Oxf. S. Iohn*, очевидно, описка); andras (=2), ormis (=3) (hormis—Turchillus, arnim—стихи № 14),

arbas (=4), quimas (=5; quinas—Лжебоэцій Erlangen 288, Bonc. 230, стихи № 15, очевидно, латинизованная форма); caltis (=6 Лжебоэцій Erl. 288 calctis, Boncomp 230; caletis—Turchillus; calcis—Radulfus, стихи № 14; calcus или chalcus—Герландъ и анонимъ париж. рукоп.; calens—Лжебоэцій Barber. 830; termas—стихи № 15 просто описка; chalcus, calcus, calens это безсознательно европеизированныя формы: χαλκοῦς=chalcus, calens отъ calere); zenis (=7; zemis—стихи XII в. по Paris 886), temenias (themenias—Анон. париж. рук.; zemenias, zoemenias—Лжебоэцій Ottob. Vat., Vat. 3123, Герландъ—München 14689, Arundel 343, стихи XII в. въ Paris 886, стихи № 14, zements—Лжебоэцій Barber 830); celentis, (scelentis Лжебоэцій Vat. 3123); sipos (sepos) круглый жетонъ съ дыркой посерединѣ (Лжебоэцій, Радульфъ, стихи XII в. см. выше № 14). Название sipos приводится только тѣми, кто перечислялъ не однѣ цифры, а всѣ роды жетоновъ абака, т. е. значить и чистые жетоны, которые иначе назывались rota (см. выше стр. 17).

Материалъ для аналогичныхъ цифрамъ знаковъ, которые сообщены въ табл. № 1 отд. VI., дали разныя изданія, которыя мы укажемъ ниже, когда будемъ ссылаться на эти знаки.

Формы цифръ въ перечисленныхъ выше источникахъ.

Я приведу здѣсь формы цифръ въ указанныхъ выше источникахъ. Приводить я ихъ буду не подлинностью, а ссылками на табл. № 1, планъ которой ясенъ. Латинская цифра и капитальная буква указываютъ на вертикальную колонну, наша цифра и буквенное обозначеніе двумя маленькими латинскими буквами на горизонтальную колонну. Наши цифры поставлены мною вверху, чтобы дѣло было яснѣе и чтобы не повторять ихъ постоянно.

ФОРМЫ ЦИФРЪ.	1	2	3	4
1. Въ школѣ Герберта X—XI вв.: . . .	I Aab	II Aab	II Aab	II Aab
2. Бернелинъ XI в. { a	IV Aab	III Cab	I Ecd	I Fab
b	II Dab	III Hab	II Cda	I Cda
c	I Aab	III Dab	I Ada	I Ada
Рисунокъ { a ₁	IV Bab	III Eab	I Aab	III Aab
Текстъ . { a ₂	тоже	тоже	тоже	II Bab
b	I Aab	II Fab	I Eab	I Eab
3. Лжебозцій { c	IV Dab	III Gab	I Bab	III Bab
XI—XII вв. { d	IV Dab	III Gab	I Cab	III Bab
e	IV Dab	III Bab	II Hbc	I Eda
Рисунокъ { f ₁	II Aab	I Dab	II Ebc	III Bda
Текстъ . { f ₂			I Fab	III Cab
g	I Aab	I Bab	III Bbc	I Dab
h	нѣтъ	I Bab	I Fab	V Aab
Рисунокъ { i ₁	IV Cab	III Fab	I Eda	I Gda
Текстъ . { i ₂			II Bda	I Cab
k	II Cab	II Gab	II Gbc	II Bda
4. Сангалленск. табл. умн. XI в. . . .	II Aab	III Hab	I Dab	I Aab
5. Иврейск. рук. XI в.	?	?	?	?
6. Цюрихская рук. XI—XII вв. . . .	III Bab	I Ebc	I Bda	IV Ada
7. Радульфъ XII в. нач.	I Aab	I Bab	II Abc	I Fda
8. Герландъ { a	IV Cab	II Bab	II Dbc	I Dda
XII в. . . . { b	II Cab	I Fab	II Bbc	I Bda
(по Halliwell) { c	IV Fab	III Aab	II Bab	I Bab
(по Фридлейну) { d ₁	IV Eab	II Cab	II Cbc	I Hda
d ₂	IV Cab	I Bcd	II Dda	I Bbc
9. Мюнхен. ан. XII в.	IV Cab	II Dab	III Abc	I Dab
10. Алессан. ан. XII в.	II Bab	II Hab	II Fbc	I Jda
11. Парижск. ан. XII в.	IV Cab	II Eab	II Jbc	I Bda
12. Туркиль XII в.	III Aab	I Eab	III Cbc	I Bda

5	6	7	8	9	0
I Aab	I Ecb	II Aab	I Aab	I Aab	
I Gab	I Gab	II Eab	I Aab	I Bab	
I Dab	I Eab	I Bab	I Aab	II Aab	
II Bab	I Hab	II Ecd	I Bab	IV Dab	
II Bab	II Bab	II Dab	I Aab	III Aab	II Aab
I Gcd	I Cab	тоже	тоже	II Bab	
I Abc	I Fbc	I Abc	I Abc	I Cab	II Aab
II Cab	II Aab	II Eab	I Aab	III Bab	III Aab
III Aab	II Cab	III Bab	I Aab	IV Cab	II Aab
I Hcd	I Eab	I Ccd	I Aab	III Acd	II Aab
I Hab	I Kab	I Aab	III Cab	I Bcd	III Aab
	II Acb		I Aab	I Aab	
I Aab	I Cab	III Aab	I Aab	I Aab	
I Cab	III Aab	I Dcd	I Aab	IV Aab	
II Aab	I Aab	I Cab	I Aab	I Aab	
I Fab	I Jab	I Cab	III Bab	III Bab	III Aab
II Cab	I Hab	II Bab	I Aab	I Acd	
?	?	?	?	?	?
I Eab	III Acd	I Ccd	II Aab	IV Bab	
I Aab	I Ecd	I Cab	I Aab	III Cab	I Aab
I Fed	I Eab	I Ccd	I Aab	III Ccd	
I Fed	III Aab	I Acd	II Cab	III Ecd	
I Aab	I Cab	II Cab	I Aab	V Aab	
I Hcd	I Lab	III Bcd	II Bab	III Acd	
I Aab	I Lcd	III Aab	I Aab	II Bab	
I Bab	I Bab	II Cab	III Aab	I Acd	
III Acd	I Dab	I Acd	I Aab	I Acd	
I Jab	I Fab	III Cab	I Aab	III Dcd	
I Fed	I Eab	II Ecd	I Aab	I Acd	

2.
Основныя формы цифръ у абацистовъ.

Если мы взглянемъ на составленную нами таблицу цифръ у абацистовъ, то мы будемъ поражены разнообразіемъ формъ этихъ цифръ и должны усумниться въ вѣрности сдѣланнаго мною въ моемъ сочиненіи „Арием. самостоят. европ. культ.“ на стр. 99 замѣчанія, будто знаки у абацистовъ X—XII вв. довольно стойки и у всѣхъ почти одинаковы (сравни еще стр. 105, гдѣ я говорю, что на жетонахъ они были застрахованы отъ быстрыхъ измѣненій). Помилуйте, какая тутъ стойкость, когда каждый знакъ имѣетъ по нѣсколько различаемыхъ мною формъ (I, II, III, IV, V), а каждая форма еще представляетъ варианты (A, B, C, D, и т. д.)? Мало того, многія формы показываютъ еще и различіе по положенію (ab, bc, cd, da, cb), которое иной могъ бы объяснить себѣ, какъ различіе самихъ знаковъ!

Однако кажущееся разнообразіе формъ получаетъ правильную оцѣнку только путемъ сравненія и при вѣрномъ взглядѣ на нѣкоторыя особенности ихъ письменнаго изображенія. Если мы сравнимъ разнообразіе формъ у абацистовъ съ разнообразіемъ ихъ у алгоритмиковъ, восточныхъ арабовъ и индусовъ, то мы должны признать, что оно сравнительно невелико. Мало того, что различіе положенія встрѣчается и у нихъ (см. табл. № 2), но даже и въ одномъ и томъ же положеніи нѣкото-

рыя цифры даютъ такое разнообразіе формъ, что, обозначая ихъ въ табл. № 2 большими буквами, мы должны были добираться до такихъ буквъ, какъ К, L, M, N, т. е. до 10—13 буквы, причемъ различіе формъ обозначаемыхъ отдѣльной буквой въ табл. № 2, иногда гораздо больше разнообразія ихъ, обозначаемого нами у абацистовъ (Табл. № 1) римскими цифрами.

Съ другой стороны, особенности письменнаго изображенія ихъ таковы, что позволяютъ а priori сомнѣваться въ дѣйствительности этого разнообразія. Вѣдь абацисты, по крайней мѣрѣ, въ X—XII столѣтіяхъ, которымъ принадлежатъ дошедшія до насъ ихъ писанія, при вычисленіяхъ на абакѣ цифръ не писали. Мы нигдѣ у нихъ въ вычисленіяхъ не находимъ выраженій въ родѣ: „напиши двойку, тройку“, а совершенно другія, въ родѣ¹: „схвати девятку“ (*arripe novenarium*), или „положи двойку“ (*pone binarium*) или „положи отдѣльно (sepone) тройку“. Они на абакѣ раскладывали жетоны, на которыхъ уже заранѣе мастеромъ абака были нарисованы знаки. Иногда эти знаки рисовались по одному разу черезъ двѣ колонны въ третью на абакѣ, составляя часть разъ навсегда приготовленнаго рисунка² абака. Привычки писать эти знаки на писчемъ матерьялѣ у абацистовъ X—XII не было и, за рѣдкими исключеніями, не могло быть. Даже

¹ Comment. № 3 in Gerberti regulas (Gerb. Opp. Math. p. 274 l. 4): *repente siquidem arripe novenarium, id est ejusdem numeri characterem.*—Gerlandi abacus (Bullet. Boncompagni t. X p. 598): *pone binarium.*—Ср. „ponere“ о характерахъ, т. е. цифрахъ, Radulfi Liber abaci (Zeitschr. f. Math. XXXIV p. 105).—„Seponere“ см. Gerb. Opp. Math. 219, 13; 265, 266, 3, Bullet. Bonc. t. X pp. 608, 612.—Ср. у Герланда (Bullet. Bonc., X p. 605); „character, qui in medio deceni arcus jacet“.—Ср. выше о вырѣзныхъ жетонахъ Герберта, стр. 26.

² См. выше, стр. 23—26.

Гербертъ, по Рихеру, не пишетъ знаки, а раскладываетъ на абакѣ ихъ роковыя изображенія¹. Дѣйствительно писать знаки приходилось только тѣмъ немногимъ смѣльчакамъ, которые брались за письменное изложеніе искусства абака, причемъ тутъ можно различать слѣдующіе случаи:

а) Рисовали на пергаментѣ самый рисунокъ абака, а, слѣдовательно, и изображаемые иногда на этомъ рисунокѣ для мнемоническихъ цѣлей разъ навсегда цифры. Этотъ случай представляютъ намъ цифры школы Герберта (№ 1) и отчасти Лжебоэція (№ 3). Разница между ними только въ томъ, что въ школѣ Герберта колоннъ 27 и цифры расположены по одной черезъ двѣ колонны², а рисунокъ Лжебоэція не идетъ далѣе ХП колоннъ, а потому цифры у него стоятъ справа влѣво въ каждой колоннѣ вплоть до девятой включительно. Въ десятую онъ помѣстилъ рисунокъ немѣннаго жетона (сипоса; ротулы), для чего въ рисунокѣ Герберта не было мѣста и для чего и надобности нѣтъ никакой, такъ какъ немѣнный жетонъ не есть знакъ³.

б) Сообщали рисунокъ цифръ къ свѣдѣнію непосвященныхъ въ текстѣ сочиненія объ абакѣ, а иногда даже просто вносили въ видѣ пробы пера и доказательства своей учености серію цифръ въ написанныя уже раньше рукописи безо всякой связи съ текстомъ. Послѣдній случай представляютъ Иврейская и Цюрихская рукописи, первый Бернелинъ (№ 2), отчасти Лжебоэцій (№ 3), который помимо рисунка сообщаетъ еще девять цифръ (конечно, уже безъ немѣннаго жетона, сипоса, ср. выше

¹ См. выше, стр. 26.

² См. выше стр. 23—26.

³ Рисунокъ Боэція см. изданіе *Friedlein* стр. 396 на отд. листѣ, а также мое сочиненіе „Абакъ и Боэцій“ (Журн. Мин. Нар. Пр. 1907 г., янв. стр. 24; отд. изд. стр. 25).

случай *а*) въ текстѣ, мюнхенскій анонимъ (№ 9), парижскій анонимъ (№ 10), Туркиль (№ 12).

с) Не только сообщаютъ одинъ разъ въ текстѣ для новичковъ формы цифръ, но и употребляютъ ихъ много разъ далѣе при вычисленіяхъ и въ другихъ случаяхъ. Сюда относятся Сангалленская таблица умноженія (№ 4), Радульфъ (№ 7) и Герландъ (№ 8). Сангалленская таблица умноженія ставитъ передъ каждымъ словесно выраженнымъ положеніемъ таблицы умноженія знакъ того числа, которое умножается на другія (1—9), повторяя такимъ образомъ одинъ и тотъ же знакъ много разъ. Радульфъ и Герландъ употребляютъ эти знаки при самихъ вычисленіяхъ. Герландъ даже рисуетъ соответствующія части абака и на его колоннахъ изображаетъ цифрами ходъ операций. Впрочемъ, избранный имъ примѣръ таковъ, что даетъ возможность проконтролировать лишь формы 1, 2, 3, 4, остальные не повторяются. Разумѣется, онъ избавилъ при этомъ себя отъ труда рисовать на колоннахъ жетоны, кружки, и на нихъ уже рисовать цифры, совершенно такъ же, какъ это сдѣлалъ анонимъ о дробяхъ въ X в., который изданъ мною критически впервые¹ и который въ своемъ трудѣ изображаетъ колонны абака и на нихъ рисуетъ римскія цифры (не такъ называемыя арабскія!)

Совершенно исключительный случай представляютъ собой астрономическія таблицы алессандрійской рукописи XII в. Здѣсь цифрами изображены дни мѣсяца, причемъ мы тутъ впервые встрѣчаемъ цифры абака внѣ колоннъ абака, но со значеніемъ по положенію. Такъ авторъ цифры, обозначающія десятки, ставитъ на второмъ справа мѣстѣ. За неимѣніемъ письменнаго знака для нуля, онъ оказы-

¹ Incertus de minutis (Gerb. Opp. Math. pp. 241, 242).

вается не въ состояніи изобразить этимъ способомъ 10, 20 и потому прибѣгаетъ въ этихъ случаяхъ къ римскимъ X, XX.

Изъ этихъ особенностей письменнаго изображенія знаковъ абака становится ясно, что только въ случаяхъ с, гдѣ каждый знакъ попадаетъ много разъ, мы получаемъ ясныя изображенія цифръ въ той формѣ, въ которой они вышли изъ подъ пера автора абациста, такъ какъ тутъ переписчикъ, хотя бы онъ и не былъ абацистомъ, былъ принужденъ усвоить себѣ эти изображенія. Другое совершенно дѣло случаи *a* и *b*! Гарантіи, что переписчикъ не абацистъ во всѣхъ случаяхъ вѣрно срисуетъ разъ или два встрѣчающійся въ рукописи и непонятный ему знакъ, нѣтъ. Да и на переписчика абациста въ смыслѣ точной передачи знаковъ автора сочиненія надѣяться нечего! Онъ могъ внести сюда особенности своей мѣстной традиціи знаковъ. Но эти особенности по крайней мѣрѣ, имѣютъ право считаться вариантами знаковъ у абацистовъ. Фантазіи же переписчика неабациста должны быть прямо выкидываемы за бортъ. А вѣдь нѣкоторыя изъ этихъ знаковъ дошли до насъ даже не въ передачѣ переписчиковъ, а уже въ научныхъ изданіяхъ, авторамъ которыхъ знаки эти не менѣе чужды, чѣмъ переписчикамъ неабацистамъ!

Послѣ всѣхъ этихъ замѣчаній нельзя быть достаточно осторожнымъ въ установленіи дѣйствительнаго разнообразія формъ цифръ у абацистовъ. Но и это малоутѣшительное замѣчаніе не мѣшаетъ мнѣ, принимая вытекающія изъ него мѣры предосторожности и опираясь на другія соображенія и на аналогіи у арабовъ и индусовъ, прійти къ опредѣленнымъ выводамъ. Разсмотримъ эти формы по порядку цифръ.

Единица не заслуживаетъ того, чтобы на ней долго останавливаться. Тутъ дѣло вполне ясно. Ея первоначальная у всѣхъ народовъ одинаковая форма есть вертикальная или горизонтальная черта I Aab. Инымъ образомъ какъ зарубкой или чертой и трудно себѣ изобразить единицу. Точка мало замѣтна и технически часто труднѣе исполнима, чѣмъ черта. Полагаю, что и единица первоначальнаго счетнаго инструмента, руки, т. е. палецъ, не остался тутъ безъ вліянія, или, по крайней мѣрѣ, удачно своимъ внѣшнимъ видомъ могъ осмыслить іероглифъ единицы. Намъ извѣстно, что римляне одну унцію ($\frac{1}{12}$ фунта), раньше ихъ греки одинъ халькъ ($\frac{1}{2304}$), одинъ оболъ ($\frac{1}{576}$) отмѣчали чертой, а двѣ, три, четыре и т. д. унцій, два халька (= церать), два, три, четыре, пять оболовъ столькимъ же количествомъ извѣстнымъ образомъ расположенныхъ палочекъ, изъ которыхъ выработались весьма, какъ увидимъ ниже, поучительные для насъ знаки ¹. Римскія цифры до пяти не что иное, какъ сопоставленіе такихъ палочекъ, пальцевъ. Варіанты формъ единицы II A—D, III A—B, IV A—F есть результатъ или скорописанія (II A—D), или каллиграфіи (III, IV). Оригинальныя формы единицы въ родѣ буквы Г и Т встрѣчаются первая у Туркилла, а вторая въ подлежащей нашему контролю цюрихской рукописи, но отвергнуть ихъ мы не рѣшились бы, такъ какъ и онѣ могли появиться изъ

¹ Ср. мое сочиненіе „Абакъ и Боэціи“ (Журн. М. Нар. Пр., 1907, мартъ стр. 133, таблица дробей Исихора и абацистовъ, и слѣд. стр.;—отд. изд. стр. 55).—Ср. *Isidorus Orig.* l. XVI cc. 25, 26 и *Hultsch*, *Metrol. Scriptorum reliquiae*, t. II 112 l. 3—114 l. 22, 121—122. Знаки для двухъ унцій у римлянъ въ формѣ двухъ горизонтальныхъ линій см. у писателя II в. по Р. X. *Volusius Maecianus*, *Hultsch*, *Metrol. Scriptorum reliquiae*, t. II. p. 62.

украшительныхъ упражненій. Такимъ образомъ, при болыпомъ количествѣ формъ, тутъ все сводится къ одной формѣ и разнообразіе только кажущееся.

Двойка тоже представляетъ лишь несущественныя варіаціи одной и той же основной формы, за каковую я принимаю I Bab. Еще болѣе примитивной была бы I Aab, но она встрѣчается въ венеціанской рукописи XIV в. Максима Планудеса, гдѣ должны собственно стоять восточноарабскія цифры ¹. Ни у арабовъ, ни у индусовъ, ни у алгоритмиковъ такой формы нѣтъ. Очень можетъ быть, что она просто описка, а можетъ быть и абацистской традиціей. Во всякомъ случаѣ, она была посредствующей къ образованію I Bab изъ двухъ палочекъ VI A. Эти двѣ палочки на глазахъ исторіи (но не историковъ математики) создали два знака VI B и VI C и D, изъ которыхъ первый—(VI B) обозначаетъ два халька или церать, а второй (VI C или D) двѣ унціи ². Первый изъ нихъ полная аналогія I Aab, второй (VI D) отличается отъ I Bab только направленіемъ загиба, что вполне объясняется различнымъ направленіемъ соединяющей двѣ горизонтальныхъ палки діагонали въ VI B и I Aab. Путемъ скорописи изъ I Aab долженъ былъ образоваться знакъ I Bab. Изъ того же знака I Aab легко путемъ скорописи (закругленъ верхній уголъ, а не нижній) образовались знаки VI B, C, E, въ линіи cd и даже (путемъ округленія обоихъ угловъ) VI D въ линіи cd, а этими послѣдними знаками египтяне обозначали второй день мѣсяца (VI BCD

¹ См. въ гл. II въ библіографіи для цифръ восточныхъ арабовъ.

² Знакъ для двухъ хальковъ см. въ табл. дробей Исихора (стр. 39 прим. 1), а знакъ для двухъ унцій есть обычный знакъ абацистовъ.

гіератическое письмо, VI E демотическое) ¹. Всѣ эти знаки могли у самыхъ различныхъ народовъ выполнѣть независимо другъ отъ друга создаться одинаково изъ двухъ скоро и связно изображенныхъ палочекъ. Тутъ ни Пиеагора, ни индусовъ совсѣмъ не требуется, какъ не требуется и авторитета рукописей для установленія первоначальной формы. Пусть алессандрійскій анонимъ и сангалленская таблица даютъ формы П, Ш, для меня не подлежитъ сомнѣнію, что только I Bab соотвѣтствуетъ естественному развитію знака изъ I Aab. Не мудрено, что Радульфъ даетъ много разъ форму I Bab. Рукописи Герланда заключаютъ всѣ три формы двойки. Формы П и Ш отличаются отъ I вѣдь только тѣмъ, что нижняя черта оторвана отъ своего естественнаго мѣста прикрѣпленія въ правомъ концѣ верхней горизонтальной черты и прикрѣплена къ серединѣ ея, что неудобно при письмѣ и разрываетъ связь формы двойки съ формами арабовъ, алгоритмиковъ и индусовъ, которыя всѣ аналогичны формѣ I Bab и отличаются отъ нея только положеніемъ. Форма Ш отличается отъ П только большей закругленностью вправо вертикальной черты, каковую закругленность мы уже находимъ и въ вариантахъ С и D формы I, изъ которыхъ первый взять мною изъ эксцерта XIV в. изъ Максима Планудеса и болѣе отдаетъ традиціей абацистовъ, чѣмъ алгоритмиковъ или арабской. Всѣ остальные вариации формъ, I, П, Ш, двойки въ положеніи *ab* совершенно несущественны.

Инолежачія формы двойки засвидѣтельствованы не особенно авторитетно. I Ebc встрѣчается только въ сомнительнаго авторитета цюрихской ру-

¹ Египетскіе знаки см. *Pihan*, Exposé des signes de numération, Paris 1860, p. 41.

кописи, но отвергнуть ея я не рѣшусь. Она мнѣ представляется нѣсколько иначе (наклонно влѣво) лежащей формой I EaB, гдѣ вертикальная кривая легла горизонтально и нѣсколько болѣе загнулась, а горизонтальная приняла вертикальную форму, отчасти слившись съ кускомъ правой изогнутой линіи и тоже сильно изогнувшись. Это станетъ яснѣе, если взглянуть на двойку въ положеніи bc у алгоритмиковъ и восточныхъ арабовъ (табл. № 2); изогните тутъ вертикальную линію и вы получите форму табл. № 1, I Ebc. Форма I Bcd, отмѣченная вопросительнымъ знакомъ, дика не по своему внѣшнему виду, а по своему источнику. Фридлейнъ приводитъ ее изъ той же рукописи Герланда, въ которой Halliwell нашелъ II Cab. По своему внѣшнему виду она могла бы быть объяснена изъ I Aab посредствомъ закругленія верхней горизонтальной линіи, или же посредствомъ постановки кверху ногами двойки формы I Bab. Сравните двойку у алгоритмиковъ и восточныхъ арабовъ въ положеніи cd.

Тройка могла бы поразить разнообразіемъ своихъ формъ всякаго, кто не былъ бы предупрежденъ объ особенностяхъ традиціи формъ цифръ, а также о возможности ихъ различія по положенію. И тутъ разнообразіе въ дѣйствительности не велико. Для опредѣленія основной формы тройки обратимъ вниманіе на знакъ для квадранта, т. е. трехъ унцій ($\frac{1}{4}$ фунта) у римлянъ и абацистовъ, т. е. на VI Cab. На глазахъ исторіи онъ развивается изъ трехъ палочекъ поставленныхъ особеннымъ образомъ, какъ VI Aab,¹ черезъ форму VI Bab. Если же поставить три палочки другимъ способомъ, а именно какъ въ VI Acd, то изъ нихъ при скорописи (ср. обра-

¹ См. *Volusius Maecianus* p. 62 (ср. выше стр. 39 прим. 1).

зованіе знака для двойки) долженъ былъ образоваться съ одной стороны знакъ VI Bcd и VI Ccd. Послѣдній есть знакъ древнихъ египтянъ (гіератическое и демотическое письмо) для обозначенія третьяго для мѣсяца ¹ и поразительно похожъ на тройку у алгоритмиковъ (табл. № 2 П Kcd) и индусовъ (табл. № 2, IV, C, D, E, cd). Конечно, поклонники индусовъ немедленно объявятъ и египетскій знакъ VI Ccd за простое подражаніе индусамъ. Въ дѣлахъ вѣры споръ бесполезенъ, но еще необращенные люди согласятся со мной, что египтяне и безъ индусовъ изъ трехъ палочекъ могли образовывать знакъ VI Ccd, а римляне на глазахъ исторіи самостоятельно вырабатываютъ знакъ VI Cab для трехъ унцій ². Этотъ знакъ (VI Cab) поразительно напоминаетъ форму тройки у абацистовъ П A, B, ab. Однако. я считаю за первоначальную у абацистовъ форму I, которая вполне яснымъ образомъ происходитъ изъ быстро и связно написанныхъ трехъ палочекъ (VI B cd). Для изображенія трехъ единицъ не бесполезно замѣтить себѣ третій способъ расположенія палочекъ, именно VI Abc, изъ котораго легко образуется необъясненный до сихъ поръ знакъ для трехъ оболовъ у Исидора ³.

Обращаясь къ анализу формъ I ab, мы сразу же видимъ вполне ясные элементы, а именно двѣ горизонтальныхъ палочки, въ связной скорописи соединенныя діагональной линіей, и третью линію, которая закруглилась вмѣстѣ съ соединяющей ее со второй линіей діагональю въ одну кривую линію, прикрѣпленную къ второй горизонтальной съ правой стороны. Какъ и въ двойкѣ, этотъ послѣдній

¹ См. выше стр. 41 прим. 1.

² Это обычный знакъ абацистовъ.

³ См. выше стр. 39 прим. 1.

элементъ отрывается отъ своего естественнаго мѣста прикрѣпленія и соединяется со второй горизонтальной линіей посерединѣ ея. Такъ образовались формы I A, B, C, ab. Форма I Dab, много разъ повторенная въ сангалленской таблицѣ умноженія, сохранила слѣды правильнаго прикрѣпленія второго элемента съ правой стороны второй горизонтальной линіи, причемъ второй элементъ принялъ видъ продолженія діагонали, соединяющей двѣ первыя горизонтальныя линіи, а вторая горизонтальная линія выродилась вслѣдствіе этого въ боковой придатокъ съ лѣвой стороны къ змѣевидной линіи. Въ формѣ I Dab змѣевидная линія прикрѣплена правильно къ верхней горизонтальной линіи слѣва и составляетъ съ нею, благодаря закругленію угла, одну кривую линію, похожую на букву S. Прикрѣпленіе змѣевидной линіи къ серединѣ верхней горизонтальной линіи и продолженіе второй горизонтальной линіи вправо по ту сторону змѣевидной линіи создаетъ форму II ab. Формы I A, B, C, ab встрѣчаются въ рукописяхъ Лжебоэція, а, такъ какъ формы I E, Fab попадаютъ въ рукописяхъ того же Лжебоэція (Fab даже въ двухъ рукописяхъ) и не заключаютъ въ себѣ рациональнаго соединенія элементовъ тройки, то ихъ надо разсматривать, какъ дефектныя формы: I Fab утеряла нижнюю кривую линію, I Eab не только поставила двѣ горизонтальныя линіи наклонно, но и третью линію прикрѣпила слѣва второй линіи и выгнула ее вправо.

Форму II B ab мы находимъ только въ одной изъ рукописей Герланда (Карлсруэ), въ перечнѣ знаковъ. Въ другихъ мѣстахъ этой рукописи (по изданію Treutlein'a) стоитъ одинъ разъ римская тройка: III, а въ другихъ случаяхъ знакъ III Hbc. Во всѣхъ остальныхъ рукописяхъ Герланда являетъ

ся форма II bc. Форма II Aab засвидѣтельствована только въ рисункѣ абака школы Герберта. Форма I ab является не только въ нѣкоторыхъ (не всѣхъ!) рукописяхъ Лжебоэція, которымъ можно было бы не довѣрять, но и нѣсколько разъ въ Сангалленской таблицѣ умноженія, гдѣ мы находимъ I Dab, а изъ этой естественно вытекаетъ II A, B, ab. Слѣдовательно, форму I и II положенія ab нельзя считать за случайную ошибку.

Едва ли еще не лучше засвидѣтельствована форма II bc: II Abc даетъ много разъ Радульфъ. II B, C, D, bc несомнѣнно писалъ Герландъ (только рукопись Карлсруэ даетъ уклоняющіяся и неодинаковыя формы, см. выше стр. 44). II Fbc много разъ дана александрийскимъ анонимомъ. Если такъ, то формы II ab и II bc должны быть признаны одинаковыми, но только въ различныхъ положеніяхъ. Первая (ab) есть форма вертикальная, вторая (bc)—горизонтальная. Такимъ образомъ, фактъ различія положенія формы тройки долженъ быть нами допущенъ уже теперь и будетъ еще подтвержденъ впослѣдствіи. Формы II E, G, H, bc, конечно, только варіаціи этой формы, а, такъ какъ II E, G, H встрѣчается въ однихъ рукописяхъ Лжебоэція, а I A, B, C, ab въ другихъ, то должно быть допущено еще и слѣдующее положеніе: переписчики Лжебоэція не всегда передавали знаки Лжебоэція рабски, а иногда вносили въ рукописи его тѣ формы, которыя имъ были болѣе знакомы. Если Лжебоэцій писалъ 3 въ видѣ II bc, то значитъ I ab вставлены переписчиками, или наоборотъ. Если такъ, то форма III Bbc, встрѣчающаяся въ одной изъ рукописей Лжебоэція, и III Dbc, встрѣчающіяся у Радульфа рядомъ съ II Abc, должны быть признаны скорописными измѣненіями формъ II A, E, G, Hbc. Также слѣдуетъ сказать о III Abc (Мюнх. ан.) и

Ш Сbc (Туркилъ) и, пожалуй, Ш Нbc (одна изъ рукописей Герланда). Форма Ш bc легко образуется изъ II bc.

Форма I Ecd, вполне схожая съ нашей теперешней тройкой, стоитъ въ одной изъ рукописей Бернелина. Я ее попробовалъ осмыслить, какъ положеніе *cd*, но весьма вѣроятно, что это просто неудачная попытка поставить на ноги форму положенія *da*, которая показалась переписчику лежащей на спинѣ, такъ какъ въ двухъ другихъ рукописяхъ Бернелина мы находимъ I Ada и II Cda.

Къ формѣ тройки *da* мы подойдемъ черезъ II Bda (вариантъ одной изъ рукописей Лжебоэція). Если ее сравнить съ II Bab, то не трудно замѣтить, что, какъ II bc есть тоже форма II Bab, поставленная горизонтально верхушкой влѣво, такъ и II Bda есть II Bab, поставленная горизонтально верхушкой вправо. Тогда и форма II Cda одной изъ бернелиновскихъ рукописей приобретаетъ смыслъ и связь съ формой другой бернелиновской рукописи I Ada, но только въ этой послѣдней діагональ, соединяющая двѣ правыя вертикальныя линіи, проведена неправильно наоборотъ и лѣвая изъ трехъ вертикальныхъ линій сократилась. Если же діагональ провести правильно, то мы получаемъ форму I Aab, только въ положеніи *da*. Правильное положеніе діагонали мы находимъ въ формѣ I Bda (цюрихская рукопись), но, къ несчастію, лѣвая конечность I Ada (т. е. крючокъ) искалѣчена. Наконецъ II Eda въ одной изъ бернелиновскихъ рукописей есть попросту искалѣченная скорописью форма II Cda другой бернелиновской рукописи.

Итакъ на тройкѣ вполне ясно обнаружился какъ феноменъ различія положенія одного и того же знака, такъ и сталъ несомнѣннымъ фактъ, что переписчики извѣстнаго автора вносили привычныя

имъ формы въ рукописи переписываемаго автора. Въ рукописяхъ Лжебоэція встрѣчаются формы I, II, III и положенія I и II ab, bc, da!

Если принять все сказанное въ соображеніе, то никакой многочисленности формъ тройки нѣтъ. Вся она сводится съ сущности къ двумъ формамъ I (вар. Aab, Dab) и II (вар. Aab, Bab), которыя очень близки другъ къ другу (II Aab черезъ I Dab сближается съ I Aab). Эти формы принимаютъ три положенія: вертикальное (ab) и два горизонтальныхъ (bc, da), при чемъ одна изъ горизонтальныхъ принимаетъ скорописный характеръ III bc.

Теперь перейдемъ къ *четверкѣ*. Если нѣкоторымъ ученымъ (Vincent¹ и его послѣдователи), замкнувшимся подъ влияніемъ Лжебоэція въ пиеагорейскую клѣтку, въ единицѣ грезилось женское начало (и даже, простите, органъ), въ двойкѣ мужское (и даже, простите, органъ), а въ тройкѣ бросалось въ глаза соединеніе того и другого (*δρμῆ*), то съ четверкой они покидали, слава Богу, эту половую атмосферу, чтобы возвыситься до сущности природы. Четверка, видите ли, „ключарь природы“ (*κλειδοῦχος τῆς φύσεως*), такъ какъ она напоминаетъ своимъ видомъ ключъ египетскихъ іероглифовъ. Дѣло обстоитъ, по моему, гораздо прозаичнѣе и не такъ мечтательно. Если единица, двойка и тройка образовались изъ одной, двухъ и трехъ единицъ, то и четверкѣ изъ ключаря цифирнаго царства небснаго, изъ пиеагорейскаго папы, прійдется, кажется, превратиться въ связанное и скорописное изображеніе четырехъ палочекъ. Выше мы познакомились съ разными способами расположенія двухъ и трехъ палочекъ. Для четырехъ палочекъ намъ извѣстно тоже два способа расположе-

¹ См. стр. 14 прим. 2.

нія: одинъ, легко обращающійся въ букву F (см. Табл. № 1, отд. VI, ab), обозначаетъ у Исихора четыре обола ¹, другой въ формѣ креста (отд. VI, da) значить у древнихъ бактрійцевъ четыре ². При скорописи въ крестообразной формѣ верхняя палочка вмѣстѣ съ горизонтальной правой закругляются въ изогнутую линію, отъ этой линіи ведется горизонтальная линія, изображающая собой лѣвую горизонтальную линію. Отъ конца ея рука посредствомъ петли переходила къ изображенію нижней вертикальной линіи, которая связывалась съ петлей въ одну кривую линію. Можетъ быть, переходныхъ петель даже было сначала двѣ и получалась фигура связно изображенной, безъ отнятія пишущаго инструмента, буквы X (табл. № 1, VI Eda). Во всякомъ случаѣ, живучей оказалась лѣвая петля. Она была самымъ несокрушимымъ элементомъ четверки. Изъ этой петли посредствомъ различныхъ модификацій (именно обращенія кривой въ ломанную линію)—у алгоритмиковъ, безо всякой Индіи, на нашихъ глазахъ вырастаетъ современная четверка: 4. Индусская четверка Табл. № 2, IV Abs, несомнѣнно того же происхожденія, извѣстна намъ съ VIII в., а другія, можетъ быть, самостоятельно изъ нѣскольکو иначе расположенныхъ четырехъ палочекъ образовавшіяся (V Ebc) ея формы восходятъ къ столѣтіямъ до Р. X. По Bayley'ю (см. ниже объ индусскихъ цифрахъ) индусы взяли для изображенія четверки сначала у бактрійцевъ крестъ (табл. № 2, V Hbc), а потомъ букву бактрійскую chh ³ (русское „чх“), которая (не-

¹ См. выше стр. 39 прим. 1.

² См. Bayley, On the genealogy of Modern Numerals (The journal of the asiatic society, new series, t. XIV, p. 335—372, особ. plate и p. 351).

³ См. Bayley, plate II и p. 352.

извѣстно почему?) значила у нихъ четыре (табл. № 2, V, Abc). Бактрійская буква, неизвѣстно почему значащая четыре, есть или просто искалѣченная (разрывомъ петли) форма четверки (Табл. № 2, IV Abc), образовавшаяся изъ креста, но не непременно въ Индіи, или, можетъ быть, самостоятельная параллельная форма изъ табл. № 2 V Ebc. Вообще нужно признать, что скорописное изображеніе естественной четверки, состоящей изъ четырехъ крестообразно или иначе (табл. 2, Ebc) расположенныхъ палочекъ могло въ разныхъ мѣстахъ, независимо другъ отъ друга, вызвать сходные знаки для четверки, какъ это могло быть и съ знаками для двойки и тройки. Менѣе вѣроятнымъ мнѣ представляется другое возможное предположеніе, именно что четверка есть двѣ двойки, расположенныхъ кривыми въ разныя стороны (табл. № 1, VI, Abc).

Таково, мнѣ кажется, прозаическое происхожденіе таинственного знака для четырехъ у абацистовъ табл. № 1, I Aab, который засвидѣтельствованъ нѣсколько разъ подрядъ въ сангалленской таблицѣ умноженія. Рядомъ (I Bаб) стоящая форма, встрѣчающаяся въ перечнѣ знаковъ въ рукописи Герланда Carlsruhe 36t, есть просто описка, такъ какъ ниже въ той же рукописи и въ другихъ рукописяхъ Герланда стоитъ форма I Bda. Сравнивая I Bda съ I Aab, мы видимъ, что I Bda есть просто на правую сторону поставленная I Aab, чѣмъ фактъ различія положенія формъ четверки ставится внѣ сомнѣнія. Тогда I Ada одной изъ бернелинскихъ рукописей тоже имѣетъ *raison d'être* и даже еще нагляднѣе представляетъ форму I Aab стоящей на своемъ правомъ боку. Въ другой рукописи Бернелина мы опять имѣемъ форму *da*, именно I Cda, которая отъ I Ada, I Bda отличается направлениемъ изгиба лѣвой конечности въ другую сторону. Такое

направленіе изгиба не есть фантазія переписчика. Мало того, что такой изгибъ встрѣчается въ рукописяхъ Лжебоэція, въ одной въ положеніи *ab* (I Cab), въ другой въ положеніи *da* (I E_{da}), и даже (I D_{da}) въ одной изъ рукописей Герланда (именно Окфордской, гдѣ, впрочемъ, есть и формы съ первымъ изгибомъ). Безъ такого изгиба нельзя объяснить формы четверки у Радульфа, встрѣчающаяся много разъ, именно I F_{da}. Тутъ изогнутая, какъ въ I C, D, E *da*, конечность отодвинута внизъ и образовала съ нижней правой конечностью одинъ полукругъ. Формы I G_{da} (одна изъ рукописей Лжебоэція), I H_{da} (одна изъ рукописей Герланда), I J_{da} (алессандрійскій анонимъ нѣскольکو разъ) ничего новаго не представляютъ. Только въ первой правыя кривыя оторваны отъ вертикальной линіи, а въ двухъ послѣднихъ внизу нѣтъ замѣчается болѣзненное новообразование. Формы I E, F_{ab} тоже калики переходя. Наконецъ, форма *bc* (I B_{bc}) приведена мною только изъ уваженія къ Фридлейну. Онъ утверждаетъ (не знаю изъ какого источника), будто этотъ знакъ находится въ арунделевской рукописи (=попросту Герландъ), но, такъ какъ Halliwell изъ той же рукописи приводитъ форму I H *da* и такъ какъ форма *da* за исключеніемъ одного раза встрѣчается во всѣхъ рукописяхъ Герланда, то форма Фридлейна должна быть признана ошибочной.

Что касается формы II въ положеніи *ab* и *da*, то вѣдь совершенно ясно, что тутъ произошло явленіе, которое мы уже отмѣтили въ формахъ двойки и тройки, т. е. одна часть знака, именно лѣвая въ положеніи *da* или нижняя въ положеніи *ab* конечность оторвалась отъ своего естественнаго прикрѣпленія и пришилась къ другому неподходящему мѣсту. Форма эта съ палеографической точки зрѣнія калѣка и вопросъ только въ томъ, не обязана ли она

своимъ происхожденіемъ исключительно милости переписчиковъ абака гербертовской школы (II Aab), и Лжебѣзція (II Baa и II Bda). Ну, а уже формы III, IV и V несомнѣнно калики переходящія, частью преобразившіяся прямо въ букву В.

Итакъ, въ сущности форма четверки у абацистовъ одна, именно I Aab, которая встрѣчается и въ положеніи *da* (I A, B, C, D, E) съ небольшими очень измѣненіями, изъ которыхъ самое значительное наблюдается въ формѣ Радульфа (I Fda).

Пятерка въ положеніи *ab* авторитетно засвидѣтельствована Радульфомъ (I Aab) и сангалленской таблицей умноженія (II Cab). На остальныхъ вариантахъ этого положенія мы останавливаться не будемъ. Варианты формы I обязаны своимъ происхожденіемъ украшительной фантазіи абацистовъ, а, можетъ быть, и переписчиковъ. Форма II отличается отъ I только дефигураціей лѣвой кривой, которая изгибается все болѣе и болѣе и въ вариантѣ сангалленской таблицы почти соединяется съ вертикальной прямой, что создаетъ иллюзію девятки. Форма III просто скорописное изображеніе формы I и II. Но положеніе *ab* не есть единственное. Алессандрійскій анонимъ даетъ скорописную форму III Acd, которая есть, очевидно, скорописная же форма III Aab, но только кверху ногами. Герландъ несомнѣнно писалъ формы I Fcd и Hcd, такъ какъ оксфордская, мюнхенская и арунделевская рукописи (по Halliwell'ю) даютъ эту форму. Форма I Aab въ рукописи Арунделя, засвидѣтельствованная Фридлейномъ, не заслуживаетъ довѣрія, такъ какъ у этого почтеннаго ученаго съ клише знаковъ несомнѣнно произошелъ крупный скандалъ: они продолжали не одобряемое другими рукописями и арунделескою же (по Halliwell'ю) сальтомортале. Остается только рукопись Карльсруэ (Герланда), куда

переписчикъ внесъ ему, очевидно, болѣе знакомую форму *I Aab*. Пятерка, къ несчастію, въ трактатѣ Герланда встрѣчается только разъ и потому болѣе строгій контроль невозможенъ.

Наконецъ, положеніе *bc* (*I Abc*), встрѣчающееся въ одной изъ рукописей Лжебоэція, есть просто неточность переписчика.

Нѣкоторые ученые (Vincent ¹ и послѣдователи), въ своемъ пиеагорейскомъ ученомъ паеосѣ, видѣли, въ пятеркѣ подвѣсъ для вѣсовъ, каковое изображеніе имъ ничего не стоило привести въ соотвѣтствіе съ пиеагорейской числовой символикой. Думаю, что и на этихъ благосклонныхъ пиеагорейскихъ вѣсахъ ихъ фантазіи не перевѣсятъ историческаго здраваго смысла. Исторія нашей ариметики выросла въ концѣ-концовъ на первоначальномъ счетномъ инструментѣ, т. е. на пальцахъ. Пять пальцевъ, пятерня, составляютъ важную стадію въ мимикѣ первобытныхъ народовъ. Естественное изображеніе пятерки есть пятерня или кисть руки. Римское *V* есть схематическое изображеніе пятерки съ отодвинутымъ вправо большимъ пальцемъ. Мнѣ кажется, что знакъ для пяти у абацистовъ *I Aab* объясняется всего проще какъ схематическое изображеніе кисти руки, въ родѣ еврейской буквы іодъ, что словесно значить „рука“, а буквенно „і“. Возможно, хотя мнѣ это и представляется менѣе вѣроятнымъ, выводить его изъ пяти палочекъ расположенныхъ въ видѣ буквы *E*. У Исидора ² *E* обозначаетъ пять оболовъ (*VI Bcd*). Тогда кажущаяся скорописной форма *VI Ccd* (ср. *III Aab*) будетъ первоначальной, а *VI Dcd* (= *I Aab*) будетъ уже позднѣйшей, выпрямленной. Но пиеагорейскіе вѣсы, если они и суще-

¹ См. выше стр. 14 прим. 2.

² См. выше стр. 39 прим. 1.

ствовали когда нибудь, надо списать съ ученаго инвентаря.

Что до пяти наши цифры прекрасно и въ смысловомъ и палеографическомъ отношеніи объясняются изъ соотвѣтственнаго числа палочекъ (пальцевъ), это для двухъ и трехъ уже было усмотрѣно и ранѣе настоящей работы. Для четырехъ болѣе ранняя „палочная“ теорія имѣла въ виду не знакъ абацистовъ, а современную четверку и ее пыталась объяснить изъ четырехъ палочекъ, что совершенно безплодный трудъ, такъ какъ наша четверка есть далекій производный знакъ отъ другого первоначальнаго, сохранившагося у абацистовъ, арабовъ и даже, какъ увидимъ, индусовъ. Эту первоначальную четверку, четверку абацистовъ, сдѣлалъ попытку произвести отъ четырехъ палочекъ авторъ настоящей работы и думаетъ, что онъ угадалъ истину, тѣмъ болѣе что крестообразно расположенныя палочки несомнѣнно, какъ знакъ для четверки, существовали, какъ существовало и соотвѣтствующее расположеніе (крестъ безъ верхней палочки, т. е. знакъ въ видѣ буквы Т) ихъ для тройки. Пятерка, по всей вѣроятности, уже не пять палочекъ, а кисть руки, т. е. пять пальцевъ. Это есть одна изъ главныхъ остановокъ счета по пальцамъ, первоначальнаго для всѣхъ народовъ. Это даже первоначальное основаніе счета, который сначала былъ построенъ на пятеричной системѣ. Десятка есть двѣ руки, двѣ пятерки, какъ это ясно видно въ римской цифрѣ Х, которая сложена съ двухъ римскихъ пятерокъ, одной отверстіемъ вверхъ, другой—внизъ. Предполагать поэтому, что и для объясненія знаковъ для 6—9, можно сопоставлять извѣстнымъ образомъ соотвѣтствующее число палочекъ, было бы противно исторіи нашего счета и требованію человеческого смысла. Къ чему шесть палочекъ для 6,

когда у насъ есть знакъ для пяти, а шесть есть пять и единица? Римская шестерка (VI), семерка (VII), восьмерка (VIII) и даже повсюду въ древнее время встрѣчающаяся девятка (VIII) прекрасно иллюстрируютъ естественное происхожденіе знаковъ для 6—9. Конечно, возможно называть шестерку единицей сверхъ пяти, семерку—двойкой сверхъ пяти, восьмерку тройкой, а девятку четверкой сверхъ пяти. Поэтому возможно было бы допустить, что тутъ, по крайней мѣрѣ, въ тѣхъ случаяхъ, когда изъ пятерки съ единицей, двойкой, тройкой и четверкой не вырабатывался удобный для письма сложный знакъ или онъ походилъ на другой, примѣнялся указанный мною выше (стр. 3) законъ діакритическій. Мнѣ кажется, что этихъ двухъ условій, т. е. 1) сложности съ пятеркой и 2) діакритичности, достаточно для объясненія происхожденія знаковъ для 6—9. Пифагорейскія (олимпіодоровскія) тріады идей, которымъ и тутъ поклоняется Vincent¹ производятъ впечатлѣніе чего то психопатическаго. Используя единицу, двойку и тройку для половой² пифагорейской символики, или иными словами, для діады (женщина и мужчина), Vincent для 4—9 долженъ былъ прибѣгнуть, увы, уже къ тріадѣ, даже къ цѣлымъ двумъ. Первая, видите ли, тріада есть: 1) благо, 2) справедливость, 3) красота;—вторая: 1) величіе, 2) здоровье, 3) сила. Заказавъ себѣ, такимъ образомъ, шесть понятій, необходимыхъ для объясненія шести оставшихся цифръ, Vincent въ двухъ пифагорейскихъ тріадахъ разыскалъ таки ихъ. Правда, тутъ ему пришлось вспомнить, что четверка уже произведена имъ въ ключари природы и что, слѣдовательно, шести понятій какъ

¹ Des notations scientifiques à l'école d'Alexandrie, Revue Arch. t. II sec. partie, Paris 1846, pp. 601—627.

² См. выше стр. 47.

будто бы и много, но тѣмъ не менѣе онъ скоро рас-
порядился съ образовавшимся излишкомъ: „благо“
онъ подарилъ тому же ключарю природы. Ну, а
распредѣлить остальные понятія было просто. Пя-
терка есть, видите ли, справедливость, или иначе
вѣсы (см. выше стр. 52). Шестерка есть совершен-
ное число по ученію пиеагорейцевъ, ну, значить,
и красота! Эта красота почему то является въ видѣ
гири для вѣсовъ (разновѣсъ) и шестерка есть изоб-
раженіе этой гири. Семерка—есть величіе, величи-
на, символизируемая циркулемъ, а семерка есть
изображеніе циркуля. Восьмерка—здоровье, т. е.
изображеніе символа Эскулапа—змѣи. Девятка, (тутъ
Vincent опять вернулся въ половую область, къ
которой у него необъяснимое влеченіе!) есть сила,
а сила эта изображается иеифаллическимъ симво-
ломъ, т. е. сила является въ видѣ специально муж-
ской, половой силы. Вотъ въ какія невѣроятныя
умственные дебри зашелъ Vincent подъ вліяніемъ
наглої лжи Лжебоэція, который, живя, какъ мнѣ
удалось показать, не ранѣе конца XI в. въ Лота-
рингіи, писалъ отъ имени настоящаго Боэція гео-
метрію въ двухъ книгахъ и въ нихъ развязно
болталъ объ изобрѣтеніи цифръ абацистовъ Пиеа-
горейцами. Пользуясь однимъ подправленнымъ со-
чиненіемъ Герберта объ абакѣ, а также ошибочно
принимаемой за гербертовскую геометріей, онъ въ
обоихъ случаяхъ передѣлалъ Герберта въ вычи-
таннаго имъ (и извѣстнаго всѣмъ) изъ ариометики
и музыки Боэція пиеагорейца Архита. Не приплети
Лжебоэцій къ нашимъ цифрамъ пиеагорейцевъ, те-
орія Vincent'a никогда бы не появилась, или, по-
явившись, вызвала бы дружный смѣхъ, а не пере-
давалась бы съ почтеніемъ изъ одного авторитет-
наго сочиненія въ другое!

Итакъ, шестерка есть единица сверхъ пяти. Римляне такъ ее и изображаютъ (VI). Въ арцеріанской рукописи римскихъ землеѣровъ VI—VII вѣка (теперь Wolfenbüttel Aug. fol. 36, 23) римская шестерка является уже выработавшейся въ связный сложный знакъ (Табл. № 1, отд. VI Dab), который дѣлается настолько самостоятельнымъ, что семерка, восьмерка, девятка изображается въ этой рукописи этимъ сложнымъ знакомъ плюсъ единица, двойка, тройка ¹. Канторъ ² передѣлалъ его въ римскую букву G, а Газе ³ даже въ нашу цифру 6. Онъ, дѣйствительно, нѣсколько похожъ и на G и на обращенную шестерку съ незамкнутымъ кругомъ. Его происхожденіе изъ VI совершенно ясно и несомнѣнно (табл. № 1, VI, A, B, C, Dab). Таково же, можетъ быть, происхожденіе и нашего знака для шести: онъ есть абацистская пятерка съ замкнутымъ кругомъ. Эта замкнутость есть однако уже явленіе очень позднее. У абацистовъ преобладаютъ (табл. № 1), у восточныхъ арабовъ и у индусовъ (табл. № 2, III, IV; табл. № 2, V не есть замкнутая шестерка, какъ увидимъ ниже) встрѣчаются только незамкнутыя формы. Однако наклонность къ замкнутости ясно замѣчается у абацистовъ, гдѣ появляется цѣлая система ломанныхъ линій, которыя естественно закругляются въ круговую. У восточныхъ арабовъ, гдѣ для пятерки путемъ постепеннаго скорописнаго развитія выработались формы по виду совершенно отличающіяся отъ абацистской и индусской пятерки, шестерка изображается какъ абацистская пятерка (или даетъ ея скорописные ва-

¹ См. изданіе римскихъ землеѣровъ, *Gromatici veteres*, ed. *Lachmann*, I pp. 300, 301; *Вубновъ*, *Gerb. Opp. Math.* p. 514 въ вариантахъ.

² *Römische Agrimensoren*, pp. 208—211.

³ *Hase*, *Epistolae Parisienses*, *Lipsiae* 1812, pp. 217—228.

ріанты). Этотъ до сихъ поръ всѣхъ поражавшій, но необъясненный фактъ, объясняется, съ моей точки зрѣнія, очень просто. Шестерка есть пятерка съ отличительнымъ отъ настоящей пятерки значкомъ. Этотъ отличительный значекъ нуженъ тамъ, гдѣ пятерка сохраняетъ свою первоначальную форму (табл. № I Aab), т. е. у абацистовъ, западныхъ (табл. № 2, I) и индусовъ (табл. № 2, IV), и ведетъ къ закругленію кривого элемента пятерки или къ превращенію его въ ломанную линію. Но этого отличительнаго знака не нужно было тамъ, гдѣ пятерка получила совершенно другой видъ, т. е. у восточныхъ арабовъ: онъ атрофировался и мы съ удивленіемъ встрѣчаемъ у нихъ для шестерки чистую пятерку съ ея скорописными вариантами, изъ которыхъ одинъ (табл. № 2, III F cd) удовлетворительно объясняетъ всѣ индусскія формы. Какимъ же образомъ появился при пятеркѣ для обозначенія шести отличительный значекъ? Не диакритическій ли онъ? Врядъ ли. Онъ всего проще объясняется изъ единицы прибавленной къ пятеркѣ въ положеніи *cd* (табл. № 1 при шестеркѣ, VI, Abc) или въ положеніи *ab* (тамъ же, VI Acd). Съ этой точки зрѣнія формой наиболѣе близкой къ первоначальной представляется мнѣ табл. № 1, I, Ecd, которую мы находимъ много разъ у Радульфа Ланскаго. Ее же мы находимъ и въ древнѣйшемъ источникѣ для нашихъ цифръ у абацистовъ, на рисункѣ абака Гербертовской школы (I Ecb), только тутъ шестерка была вырѣзана (по свидѣтельству Рихера, см. выше стр. 26) изъ рога и клалась лицомъ, если такъ можно выразиться, въ другую сторону. Аналогичная форма (II Acb) въ одной изъ рукописей Лжебоэція въ текстѣ (въ шартрской, по Chasles'ю) есть, увы, ошибка: она опровергается формой I Kab въ той же рукописи въ рисункѣ абака и такими же формами *ab* во всѣхъ

другихъ рукописяхъ Лжебоэція. Форма I Ecd, во всякомъ случаѣ, достаточно засвидѣтельствована Радульфомъ и школой Герберта, а она вѣдь есть тоже пятерка, только съ изломанной кривой и съ прибавкой знака, образовавшагося изъ единицы. Иному могло бы послѣ всего сказаннаго показаться, что шестерка есть просто діакритическая единица, обозначающая собой единицу сверхъ пяти. Вѣдь единица легко даетъ разнаго рода разращенія на концахъ, а у индусовъ прямо принимаетъ формы шестерки вверхъ ногами (табл. № 2, IV F) или девятки, но абацистскія и восточно-арабскія формы шестерки дѣлаютъ такое предположеніе мало вѣроятнымъ.

Форма шестерки у абацистовъ, приведенная на табл. № 1 I ab и II ab, отличается отъ формъ *cd* и *cb* слѣдующими двумя признаками: она не только стоитъ въ обратномъ положеніи сравнительно съ *cd* (и *cb*), но и разрывъ ломанной линіи находится съ другой стороны. Линія эта примкнута не къ серединѣ вертикальной прямой, а къ ея нижней части и вся эта фигура поставлена вверхъ ногами сравнительно съ *cd*. Мнѣ кажется, что такая связь ломанной линіи съ вертикальной прямой есть слѣдствіе стремленія къ болѣе удобному его изображенію. Знакъ I Ecd требуетъ отнятія пишущаго инструмента и перенесенія его въ другое мѣсто или возвращенія его назадъ по проведенной уже разъ линіи. Знакъ I Aab легко изображается поступательнымъ связнымъ движеніемъ пишущаго инструмента. Форма I ab совершенно точно засвидѣтельствована не только рукописями Герланда, но еще и сангалленской таблицей умноженія и алесандрійскимъ анонимомъ. Форма III Aab въ одной изъ рукописей Герланда есть, очевидно, какъ и фридлейновская I Lcd изъ другой рукописи (изъ

которой Hall||well даетъ I Lab), простая неточность. III Ascд передана изъ неподлежащей нашему контролю цюрихской рукописи и незаслуживаетъ довѣрія. Форма II A, B, Cаб передана только тремя рукописями Лжебоэція. Всѣ остальные рукописи Лжебоэція, Герландъ, Туркиль, Бернелинъ, сангалленская таблица умноженія, мюнхенскій, алессандрійскій и парижскій анонимы даютъ I Aаб въ разныхъ варіаціяхъ. Я привелъ всѣ варіаціи, но было бы смѣшно думать, что число колѣнъ ломанной линіи должно быть шесть или вообще имѣть какое нибудь значеніе. Сама эта ломанная линія, если исключить колѣно, которое могло образоваться изъ примкнутой къ пятеркѣ единицѣ, есть позднѣйшее измѣненіе первоначальной кривой пятерки, которая поэтому и сохранилась тамъ, гдѣ такого измѣненія не произошло, напримѣръ у восточныхъ арабовъ (табл. № 2, III A cd). Но чѣмъ мотивируется такое измѣненіе кривой въ ломанную у абацистовъ? Вѣдь въ знакѣ для пятерки кривая у нихъ сохранилась во всей своей неприкосновенности? Значить, изображать ее было имъ не трудно. Если такъ, то обращеніе кривой въ ломанную могло быть только сознательнымъ, напримѣръ, для какой нибудь діакритической цѣли. Но для этого нужно, чтобы шестерка съ сохраненной кривой и примкнутой (къ этой кривой) единицей походила на какую нибудь другую цифру. Такъ оно, дѣйствительно, и было. Во первыхъ діакритическій знакъ, образовавшійся изъ единицы могъ при изображеніи шестерки получаться не достаточно рельефнымъ, и шестерка близко походила бы на пятерку. У восточныхъ арабовъ, гдѣ этотъ діакритическій знакъ ступшевывается, смѣшеніе устраняется тѣмъ, что пятерка вырабатывается въ другія формы. Во вторыхъ, если бы въ шестеркѣ элементъ кривой былъ

сохраненъ, то съ примкнутомъ къ ней діакритическимъ знакомъ, кривая обнаруживала бы тенденцію замкнуться въ кругъ А въ этомъ видѣ, принимая во вниманіе недостаточность для абацистовъ различія по положенію для различія знаковъ, она почти вполнѣ походила бы на девятку у абацистовъ. Вѣдь и девятка принимала у абацистовъ два положенія *ab* и *cd* и даже *cd* едва ли не было преобладающимъ у нихъ къ XII в. При такихъ условіяхъ изломанность кривой въ шестеркѣ должна быть признана имѣющей діакритическое значеніе. Ту же изломанность ея мы находимъ въ формѣ шестерки I Fbc, но, что касается самаго положенія формы (именно *bc*), оно должно быть признано ошибочнымъ, такъ какъ засвидѣтельствовано всего одною лишь рукописью Лжебоэція, а въ другихъ рукописяхъ того же Лжебоэція положеніе знака другое.

Итакъ и для шестерки мы имѣемъ всего лишь въ сущности двѣ формы, изъ которыхъ одна (I A или Eab) отличается отъ другой (I Ecd) помимо положенія мѣстомъ прикрѣпленія ломанной линіи, т. е. именно тѣмъ, чѣмъ уже отличались другъ отъ друга формы двойки и тройки и даже четверки.

Семерка ясно обнаруживаетъ слѣды своего происхожденія отъ діакритической двойки, т. е. отъ двойки сверхъ пятерки: она состоитъ изъ двухъ палочекъ. Очень можетъ быть, что сначала эта двойка писалась вслѣдъ за пятеркой, на манеръ римской цифры VП. Затѣмъ въ скорописи двѣ палочки соединились подъ угломъ (табл. 1, VI Aab) и въ такомъ видѣ оказались достаточно отличными отъ знака для двойки, чтобы писаніе самой пятерки сдѣлалось ненужнымъ. Я представляю себѣ знакъ для семерки не иначе, какъ въ видѣ діакритической двойки, которая ничего общаго ни съ

величіемъ, ни съ пиеагорейскимъ циркулемъ не имѣеть (см. выше стр. 55). Одна изъ формъ скорописной двойки (табл. № 2, III Bcd) восточныхъ арабовъ ничѣмъ почти не отличается отъ одной изъ формъ семерки у нихъ же (табл. № 2, III A cd). Стоитъ только не закруглить нижней части абацистской двойки табл. № 1, I Bab, чтобы получилась абацистская семерка.

Что эта послѣдняя сводится къ двумъ соединеннымъ подъ угломъ прямымъ, въ этомъ не можетъ быть ни малѣйшаго сомнѣнія. Положеніе *cd* (I A и C) засвидѣтельствовано Герландомъ (только одна изъ его рукописей, да ошибочный въ передачѣ цифръ другой его рукописи Фридлейнъ имѣютъ положеніе *ab*) и алессандрійскимъ анонимомъ. Положеніе *ab* удостовѣрено Радульфомъ (II Cab и I Aab) и сангалленской таблицей умноженія (II Bab). Положеніе *bc* есть ошибка переписчика одной изъ рукописей Лжебоэція, такъ какъ всѣ другія рукописи имѣютъ или *ab* или *cd*. Форма II и III являются по отношенію къ I только неважными вариантами: сокращена либо лѣвая (III), либо правая (II) стороны угла, да пущенъ въ ходъ нехитрый арсеналъ украшительной техники рисовальщиковъ: поперечныя линіи, замыкающія прямую, гдѣ она обрывается. Въ формѣ I являются по винѣ переписчиковъ изогнутыя линіи: именно I Dab у Радульфа въ перечнѣ цифръ, тогда какъ въ примѣрахъ стоятъ исключительно прямолинейныя формы (I Aab, II Cab), и I Ded въ одной изъ рукописей Лжебоэція. Обратимъ вниманіе на вертикальное положеніе одной изъ прямыхъ, именно болѣе длинной лѣвой, въ сангалленской таблицѣ (II Bab) и школѣ Герберта (II Aab). Наша семерка ближе всего къ формѣ III, гдѣ правая прямая длиннѣе и стремится занять вертикальное положеніе.

Восьмерка и девятка двѣ цифры наименѣе измѣнившіяся со временъ абацистовъ и до нашихъ дней. Абацисты, западные арабы и алгоритмтики писали восьмерку такъ же, какъ пишемъ и мы. Ея устойчивость у западныхъ арабовъ и алгоритмиковъ, т. е. уже въ писчей ариеметикѣ, гдѣ всѣмъ жертвовали для скорописи, показываетъ, что это знакъ для писанія довольно удобный. Правда, переписчики трудовъ абацистовъ, какъ люди съ формой знаковъ мало знакомые, изображали иногда восьмерку, какъ два другъ на друга наложенные круга, изъ которыхъ каждый рисовался безъ связи съ другимъ. Но другіе, болѣе знакомые съ дѣломъ, писали восьмерку связно, однимъ росчеркомъ, т. е. сначала изображали правую или лѣвую половину верхняго круга, потомъ весь нижній кругъ и уже затѣмъ доканчивали (въ зависимости отъ начала) лѣвую или правую половину верхняго круга. При этомъ легко могло случиться, что концы кривой не сходились и верхній кругъ оставался незаконченнымъ (I Vab), какъ это бываетъ и у насъ. Тогда въ восьмеркѣ вмѣсто двухъ оказывалась одна петля, какъ это мы видѣли въ четверкѣ, именно нижняя. Немудрено поэтому, что формы четверки въ своемъ развитіи у алгоритмиковъ и индусовъ даютъ знакъ поразительно сходный съ незамкнутой и даже замкнутой восьмеркой. Разница между алгоритмиками и индусами только въ томъ, что, благодаря различію положенія четверки, у алгоритмиковъ замкнутая петля оказывается на верху (табл. № 2, II, 4, Bda), а у индусовъ внизу (табл. № 2, IV, C, Dbc), причемъ у послѣднихъ замыкается иногда и другая петля, что создаетъ совершенную восьмерку (табл. № 2, IV, F bc). Такъ у индусовъ наша восьмерка благополучно приобретаетъ значеніе четверки, не нуждаясь при этомъ нисколько въ

разрѣшеніе со стороны творцовъ перетасовочной теоріи ¹, по которой арабы (западные), усвоивъ у индусовъ знаки, ни съ того, ни съ сего, придали четверкѣ значеніе восьмерки. Добро бы восьмерка могла быть діакритической четверкой, но такое званіе полагается только девяткѣ (четверка сверхъ пятерки)! А то вѣдь въ основаніе этой теоріи—ничто кромѣ „здорово живешь“! У индусовъ восьмерка имѣла совсѣмъ другія формы и смѣшеніе было невозможно, а вотъ у алгоритмиковъ измѣнившаяся подъ вліяніемъ скорописи четверка арабовъ (и абацистовъ) сильно приближалась къ незамкнутой восьмеркѣ. Это лучше всего показываетъ, что восьмерка абацистовъ, западныхъ арабовъ и алгоритмиковъ, сама есть уже сильно измѣненный подъ вліяніемъ скорописи знакъ, гдѣ первоначальныя черты частію округлились, частію исчезли, и въ концѣ концовъ получился знакъ до того удобный для письма, что его никакая скоропись далѣе память не могла. Удобный и простой для скорописи, знакъ этотъ чисто искусственный по своему вѣѣшнему виду. Ничто въ природѣ, повидимому, не могло послужить его прообразомъ. Дрессированная цирковая змѣя можетъ, разумѣется, для удовольствія публики изогнуться восьмеркой, но я сомнѣваюсь, чтобы такое положеніе ей самой было пріятно. Во всякомъ случаѣ, ни лежащая, ни ползущая змѣя, предоставленная самой себѣ и наблюдаемая со стороны, на восьмерку нисколько не похожа, а потому остается прямо удивляться, какъ это „пиеагорейцы“ Vincent'a, прійдя къ неожиданному заключенію, что восьмерка должна символизировать здоровье, а богъ здоровья Эскулапъ,

¹ См. выше стр. 5 и прим.

а. символъ Эскулапа змѣя, изобразили змѣю въ видѣ восьмерки (см. выше стр. 55).

Возможно ли возстановить тѣ частію округлившіяся, частію исчезнувшіе элементы, изъ которыхъ образовался чисто искусственный знакъ восьмерки? Ужъ не поможетъ ли намъ въ этой трудной задачѣ оригинальная форма восьмерки, попадающаяся у мюнхенскаго анонима (табл. № 1, III Aab) и въ двухъ рукописяхъ Лжебоэція (III B, Cab)? Увы, эта заманчивая, какъ будто еще не вполне округлившаяся форма, напоминающая латинское „g“, есть, несомнѣнно, попытка осмыслить буквой латинскаго алфавита незнакомый переписчику знакъ. Всѣ другія рукописи Лжебоэція даютъ форму I, а одинокая форма мюнхенскаго анонима, да еще извѣстная мнѣ не въ оригиналѣ, а въ передачѣ издателя математика, не можетъ претендовать на довѣріе. А жаль! Мы могли пойти тутъ по пріятному пути сближенія этого знака съ индусской формой восьмерки (табл. № 2, IV A), въ которой есть что то похожее на латинское „g“, и объяснить эту форму, какъ и „g“, изъ знаковъ для пятерки и тройки (табл. № 1, VI). Но намъ приходится отъ этого отказаться и похожая на „g“ форма у алгоритмиковъ тоже—дѣлу не поможетъ: это тоже *ошибка*. Остается форма II, напоминающая тройку, но ее даютъ намъ сомнительнаго авторитета цюрихская рукопись (II Aab), да, если вѣрить издателямъ (Treutlein, Halliwell), двѣ герландовскія рукописи, опровергаемыя въ данномъ случаѣ двумя другими рукописями. Тоже жаль! Имѣй эта форма авторитетность, мы могли бы ее трактовать какъ диакритическую тройку, т. е. тройку сверхъ пятерки.

Несмотря на всѣ эти разочарованія въ поискахъ за происхожденіемъ восьмерки, я все же еще не доведенъ до такой степени отчаянія, чтобы прибѣг-

нутъ къ такому ошеломляющему наркозу, какъ теорія Cunningham—Bauley. Они сблизили индусскіе знаки для четырехъ, пяти, шести, семи, восьми, девяти съ буквами „чх, п, г, а, б, х бактрійскаго алфавита, которыя должны обозначать именно эти цифры или неизвѣстно почему, такъ какъ такое ихъ значеніе не соотвѣтствуетъ ихъ порядку въ алфавитѣ, или благодаря своему положенію въ фантастическихъ словахъ воображаемаго языка ¹. Я все же думаю, что восьмерка есть діакритическая тройка, образовавшаяся изъ сложнаго знака пяти и тройки (сравни римскую цифру VIII). Если мы попробуемъ себѣ вообразить пятерку, а за ней тройку въ томъ видѣ, какъ мы ее находимъ въ сангалленской таблицѣ умноженія (табл. № 1, VI Dab), и напишемъ этотъ сложный знакъ однимъ росчеркомъ (VI D, E, ab), то мы получимъ на второмъ мѣстѣ тройку, которая уже почти совершенно походитъ на восьмерку. Впослѣдствіи знакъ пятерки, какъ ненужный, атрофировался, а абацистская тройка на второмъ мѣстѣ обратилась въ діакритическую съ обѣими замкнутыми петлями.

Восьмерка имѣетъ такой видъ, что, поставьте ее вверхъ ногами, и этого замѣтно не будетъ. Не мудрено поэтому, что намъ не приходится здѣсь различать положенія *ab* и *cd*. Восьмерку возможно себѣ еще представить въ положеніи *bc*, и въ такомъ положеніи мы ее, дѣйствительно, находимъ въ одной изъ рукописей Лжебоэція, но эта рукопись, увы, стоитъ въ этомъ отношеніи особнякомъ среди всѣхъ другихъ и довѣрія не заслуживаетъ. Формы II и III отсѣчены нашимъ критическимъ ножомъ уже рань-

¹ Сочиненіе Bauley процитировано выше стр. 48, прим. 2, а его теорія будетъ изложена ниже въ гл. II, въ матеріалахъ для индусскихъ цифръ.

ше (стр. 64), а потому мы можемъ сказать, что у абацистовъ только одна форма восьмерки (I Aab), дающая незначительный варіантъ въ смыслѣ незамкнутости верхней петли.

Девятка, если все выше сказанное справедливо, врядъ ли выкрутится изъ того, чтобы не быть демаскированной, какъ диакритическая четверка, т. е. четверка свѣрхъ пятерки. Вѣроятно, эта четверка писалась сначала вмѣстѣ съ пятеркой (табл. № 1, VI Dab), потомъ подъ вліяніемъ скорописи стала принимать болѣе упрощенныя формы (VI Eab). Такія упрощенныя формы абацистской четверки намъ уже извѣстны: это петля свободными концами внизъ (см. табл. № 2, четверку алгоритмиковъ), или петля свободными концами вверхъ (см. табл. № 2 четверку у индусовъ). Петля эта у алгоритмиковъ на нашихъ глазахъ вырабатывается въ знакъ (табл. № 2, П E F G da) совершенно схожій съ девяткой, изъ котораго путемъ обращенія петли въ ломанную линію вырастаетъ современная четверка. Потомъ эта петля теряетъ свой правый конецъ и въ этомъ видѣ кажется настолько отличной отъ абацистской четверки, что писаніе пятерки признается излишнимъ. Менѣе вѣроятной представляется мнѣ другая возможность: четверка, можетъ быть, писалась подъ пятеркой, какъ это показано въ табл. № 1, VI A—C и петля могла образоваться какъ остатокъ отъ пятерки, а кривая линія какъ остатокъ четверки. Но для объясненія девятки врядъ ли нужно браться, подобно Vincent'у (см. выше стр. 55), за фаллосъ: его, кажется, можно оставить въ покоѣ для болѣе подходящаго употребленія.

Изъ положеній девятки *ab* и *cd* и то и другое не могутъ подвергаться сомнѣнію. Радульффъ ругается намъ за положеніе *ab*, которое вполне соответствуетъ нашей современной девяткѣ. Герландъ

(три рукописи противъ одной и противъ, очевидно, случайно перевернутаго клише Фридлейна), сангалленская таблица умноженія, алессандрійскій анонимъ ставятъ внѣ сомнѣнія другое положеніе девятки, въ которомъ она совершенно схожа съ современной шестеркой. Мюнхенскій анонимъ и Туркиль даютъ тоже положеніе *cd*. Въ школѣ Герберта раскладывали жетоны съ девяткой въ положеніи *ab*, а Лжебоэцій изобразилъ въ своей геометріи тоже положеніе *ab*, какъ это ясно видно изъ приведенной выше ¹ таблички.

Формы девятки II и III суть украшительныя варіаціи формы I и на нихъ останавливаться нечего. Ну а форма IV съ ея варіаціями опять таки калики переходя, обязанныя своимъ происхожденіемъ ошибкамъ переписчиковъ и издателей Бернелина (IV D), Лжебоэція (IV A, C) и загадочной цюрихской рукописи (IV B).

Девятью знаками для изображенія первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ, или, какъ говорили абацисты въ своей тонкой терминологіи, девятью деноминаціями ², исчерпывался весь арсеналъ знаковъ, необходимыхъ въ инструментальной десятичной ариметикѣ. Остальное необходимое для десятичной деноминаціонной ариметики, т. е. значеніе этихъ знаковъ по положенію и отмѣтку пустыхъ разрядовъ вправо отъ цифръ и между ними давалъ своимъ устройствомъ инструментъ, т. е. абакъ. На немъ были нарисованы или другимъ образомъ отмѣчены линіи или колонны, или были сдѣланы желобки (какъ въ римскомъ абакѣ), или протянуты

¹ См. выше стр. 33.

² Деноминація, какъ я показатъ въ Арием. самост. европ. култ., у абацистовъ есть любое изъ первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ. Внѣшнее письменное выраженіе деноминаціи есть—знакъ, т. е. цифра.

проводами (какъ на русскихъ счетахъ), и эти линіи, колонны желобки, проводами носили десятичныя помѣтки, или и безъ этихъ помѣтокъ имѣли значеніе десятичныхъ разрядовъ въ извѣстномъ послѣдовательномъ порядкѣ. Ничего другого на этомъ инструментѣ кромѣ жетоновъ, чистыхъ (безъ помѣтокъ) или мѣченныхъ девятью цифрами, для изображенія любого числа не требовалось. Жетоны приобрѣтали значеніе по положенію въ той или другой колоннѣ, а незанятые цифрами разряды реально изображались пустыми колоннами. Никакого знака для нуля, безъ котораго наша тоже деноминаціонная десятичная ариѳметика обойтись въ изображеніи чиселъ не можетъ, для десятичной деноминаціонной инструментальной ариѳметики не требовалось. Никакого десятаго письменнаго знака поэтому у абацистовъ не могло быть... и не было? Такъ ли? Вѣдь на нашей таблицѣ № 1 мы сами дали изображеніе этого десятаго знака, а изъ таблицы № 2 легко усмотрѣть, какое близкое сходство онъ имѣетъ съ нулемъ нашей ариѳметики и при томъ съ обѣими его формами: кругомъ или точкой. Мы это десятое изображеніе не изобрѣли, а взяли изъ нашихъ источниковъ, а именно изъ Радульфа и Лжебоэція (см. выше ¹ табличку формъ знаковъ въ различныхъ источникахъ). Радульфъ приводитъ этотъ знакъ, описывая рисунокъ абака. Его рисунокъ абака состоитъ изъ 27 колоннъ, колонны эти раздѣлены на группы по три и каждая группа отмѣчена надъ своей правой колонной одной изъ абацистскихъ цифръ. Однимъ словомъ, абакъ Радульфа буквально сходенъ съ абакомъ школы Герберта, который я разыскалъ въ одной рукописи, и абакомъ, описанномъ въ изданномъ мною коментаріи на Гер-

¹ См. выше стр. 33.

берта ¹. Разница состоитъ только въ томъ, что Радульфъ наноситъ на доску абака, какъ часть рисунка абака не только 9 цифръ, но еще въ 27-ю колонну и свой десятый знакъ, т. е. кругъ съ точкой посерединѣ ². Лжебоэцій въ своей геометріи рисуетъ только 12 первыхъ колоннъ абака, считая справа, а потому 9 цифръ онъ не могъ помѣстить черезъ двѣ колонны въ третью, а долженъ былъ поставить въ первыя девять колоннъ подрядъ, а въ десятую поставилъ свой десятый знакъ. Такъ у него на рисункѣ абака, а у Радульфа въ описаніи абака появляется серія десяти знаковъ, чего нѣтъ на абакѣ Герберта и у комментатора на Герберта. Этотъ комментаторъ представляетъ дѣло совсѣмъ другимъ образомъ. Расположивъ свои девять цифръ на рисункѣ абака справо на лѣво по одной черезъ двѣ колонны въ третью, онъ на этомъ и кончаетъ свою рѣчь о цифрахъ, которыя у него называются: *caracter. figura, nota, notula, scema* ³. Никакого десятаго знака здѣсь не приводится. Нѣсколькими главами ниже уже въ самомъ концѣ отдѣла объ умноженіи (II с. 6), онъ вдругъ сообщаетъ слѣдующее: ⁴ „Слѣдуетъ замѣтить, говорить онъ, что при умноженіи совмѣстныхъ чиселъ (т. е., добавимъ мы, изображенныхъ болѣе, чѣмъ одною цифрою) вмѣстѣ съ приведенными выше девятью цифрами (*characteribus*) употребляются кромѣ того два кружка (*duae rotulae*), пустые сверху (*supervaciae*, т. е. немѣченные цифрою), но только для того,

¹ См. выше стр. 23—26.

² *Radulfus*, liber abaci (*Zeitschr. f. Math.* XXXIV, Supplem. p. 97): „*inscribitur in ultimo ordine et figura ⊙ sipos nomine, quae, licet numerum nullum significet, tantum* (очевидно=tamen) *ad alia quaedam utilis, ut in sequentibus declarabitur*“.

³ Gerberti Opp. Math., p. 248, I с. 3.

⁴ Эту и слѣдующія цитаты см. Gerb. Opp. Math., p. 257 и слѣд.

чтобы отмѣчать разряды (*metas*) множителей и множимыхъ, т. е. въ тѣхъ случаяхъ, когда въ различныхъ разрядахъ (*terminis*) раскладываются наверху (въ видѣ множителя, добавимъ мы) и внизу (въ видѣ множимаго) много чиселъ для производства дѣйствія (*plures numeri inter se conferendi*)". Далѣе дѣло поясняется на примѣрѣ умноженія 368572 на 144252, при чемъ первое число ставится на абакѣ ниже второго. Умноженіе начинается съ высшихъ разрядовъ, т. е. сначала 3 въ сотняхъ тысячахъ будетъ умножаться на 1 въ сотняхъ тысячахъ. „Итакъ, говоритъ комментаторъ, пусть одинъ изъ вышеприведенныхъ кружковъ будетъ положенъ надъ единицей множителя, т. е. поставленной въ сотняхъ тысячахъ, а другой кружокъ надъ тройкой множимаго, расположенной въ томъ же разрядѣ". Получивъ результатъ, авторъ предписываетъ. „Затѣмъ сними (*amove*) кружокъ, который повыше (*superiorem*, т. е. который стоитъ надъ множителемъ), изъ сотенъ тысячъ и поставь ее надъ четверкой въ десяткахъ тысячахъ, при чемъ другой кружокъ, который пониже (*altera inferiore*), остается все еще надъ тройкой въ сотняхъ тысячахъ". Такъ этотъ кружокъ путешествуетъ надъ цифрами множителя вправо, пока не дойдетъ до единицъ. Тогда „опять кружокъ, который повыше, слѣдуетъ вернуть въ разрядъ сотенъ тысячъ надъ стоящей тутъ единицей, а кружокъ который пониже слѣдуетъ снять изъ разряда сотенъ тысячъ и поставить надъ шестеркой въ десяткахъ тысячахъ" и т. д. Отсюда совершенно ясно, что у комментатора на Герберта, имѣются въ распоряженіи, кромѣ жетоновъ, мѣченныхъ девятью цифрами, или имѣющихъ видъ цифръ, еще два чистыхъ сверху круглыхъ жетона, которые имѣютъ значеніе мнемоническое и ровно никакого отношенія не имѣютъ къ значенію цифръ

по положенію. Комментаторъ этотъ писалъ еще въ то время, когда труды Бернелина, Радульфа, Герланда и т. п. не были написаны. Послѣ появленія и распространенія трудовъ, подобныхъ бернелиновскому, комментаріи на не въ мѣру краткаго Герберта не имѣли смысла. Надо думать, что всѣ они (я ихъ издалъ ¹ четыре) написаны скоро вслѣдъ за появленіемъ сочиненія Герберта и, во всякомъ случаѣ, не позже начала XI вѣка. Не мудрено, что арабское вліяніе, обнаруживающееся въ ариметикѣ уже въ XII вѣкѣ, въ нихъ ровно ничѣмъ не проявляется и авторы ихъ ничего иного не имѣютъ въ виду, какъ благоговѣнно комментировать фразу за фразой изъ сочиненія знаменитаго учителя. Въ частности авторъ того комментарія, изъ котораго я только что процитировалъ нѣсколько мѣстъ, жилъ едва ли еще не при Гербертѣ. По крайней мѣрѣ, въ одномъ мѣстѣ онъ говоритъ, „уже теперь слѣдуетъ привести сочиненіе господина папы Герберта, человѣка весьма ученаго и въ наши времена стоящаго выше всѣхъ (*cunctis praelati*) не только по учености (*scientia*), но и по степени сана (*honorum gradibus*), о вышеозначенныхъ способахъ обращенія съ числами абака, которое онъ передалъ нашему старшему поколѣнію (*nostris majoribus*) и намъ“ ². Слова „*honorum gradibus*“ возстановлены мною въ правильной редакціи уже послѣ изданія этого текста въ моихъ *Gerberti opera Mathematica*. Раньше же я держался чтенія рукописи „*horum gradibus*“ и понималъ „*horum*“, какъ указаніе на искусство считать на абакѣ. Но вѣдь это искусство не можетъ противопоставляться „учености“, „наукѣ“ (*scientia*), такъ какъ само входитъ въ это понятіе. Очевидно, „*horum*“ есть описка вмѣсто „*honorum*“.

¹ Gerb. Opp. Math., p. 245—284.

² См. комментарій N I с. 5 (Gerb. Opp. Math. p. 250).

Тогда окажется, что авторъ писалъ еще при жизни Герберта, когда онъ былъ папой, т. е. между 999—1003 годами, такъ какъ только въ это время Гербертъ могъ стоять выше всѣхъ по своему сану. Послѣ его смерти всѣ его преемники были ему въ этомъ отношеніи равны и выраженіе комментатора не имѣло бы смысла.

Но, можетъ быть, около 1000 года употребленіе кружковъ было таково, а въ XII столѣтіи, когда писалъ Радульфъ, тутъ что нибудь измѣнилось. Ничуть не бывало! Положимъ, что описывая рисунокъ абака, Радульфъ выражается такъ, что его кружокъ можно принять за письменный знакъ. Онъ говоритъ: ¹ „Въ послѣдней колоннѣ (in ultimo ordine, т. е. въ 27 колоннѣ) пишется фигура, , называемая „sipos“, которая хотя числа не обозначаетъ никакого, но полезна для нѣкоторыхъ другихъ цѣлей, какъ это выяснится дальше“. Однако рисунокъ абака вѣдь рисовался, а на этомъ рисункѣ нужно было изображать и мѣченныя жетоны и чистый жетонъ и изобразить это можнс было только письменно. Поэтому Радульфъ и говоритъ „пишется (inscribitur) въ послѣдней колоннѣ“. Но, какъ только нужно пускать этотъ „сипосъ“ въ ходъ, такъ сипосъ оказывается не болѣе, какъ жетономъ, и употребленіе его совершенно сходно съ тѣмъ, которое мы нашли у комментатора около 1000 года. „Часто случается, говоритъ Радульфъ, что большое число цифръ (characterum), множителей или множимыхъ, вводитъ менѣе внимательнаго счетчика въ непреодолимую путаницу, а потому слѣдуетъ объяснить, при помощи какой остроумной предосторожности (qua industriae cautela) можно избѣгнуть неприятностей по-

¹ См. выше стр. 69 прим. 2.

добной ошибки. Говоря выше о рисункѣ доски (*de descriptione tabulae*), ты долженъ это помнить, мы сказали, что въ послѣдней изъ группъ по три колонны, обведенныхъ сверху дугой (*in ultima ternarium arcuum superductione*), обыкновенно пишется фигура, называемая сипось, $\odot$, имѣющая видъ колеса, но необозначающая никакого числа, при чемъ мы обѣщали, что ея содѣйствіе будетъ намъ полезно въ послѣдствіи. Предусмотрительный абацистъ изобразить такого рода фигуру на счетныхъ жетонахъ (*in calculis effigiabit*) и сохранить между другими цифрами (*characteres*) для того употребленія, о которомъ идетъ рѣчь, и, когда нужно будетъ дѣлать какое нибудь такое умноженіе, гдѣ можно было бы бояться, какъ бы множество расположенныхъ цифръ (*characterum*) не ввело въ ошибку, то для устраненія ошибки одинъ изъ этихъ кружковъ онъ поставитъ въ видѣ замѣтки (*pro signo*) надъ множителями, а другой надъ множимыми, такъ, что бы первый множитель, пока онъ будетъ проходить множимыя цифры (*characteres*) умноженіемъ на себя, надъ своей головой держалъ кружокъ безъ движенія, пока не перемножитъ всѣхъ множимыхъ. Надъ какимъ же изъ множимыхъ будетъ поставленъ кружокъ, то отъ этого перваго онъ включительно до послѣдняго будетъ переноситься (проходя) черезъ каждое изъ нихъ сообразно съ тѣмъ, какъ съ ними будетъ имѣть дѣло первый множитель. Такъ, по производствѣ дѣйствія на первый множитель, кружокъ будетъ положенъ надъ вторымъ множителемъ, а отъ послѣдняго изъ множимыхъ кружокъ будетъ пересенъ обратно къ первому, когда его будетъ умножать на себя второй множитель, и по мѣрѣ того, какъ онъ будетъ проходить, умножая, черезъ каждые изъ нихъ, на

каждое изъ нихъ переносится кружокъ въ томъ порядкѣ, который изложенъ нами выше“¹.

Сравнительно съ комментаторомъ новаго здѣсь развѣ только то, что умноженіе производится нѣсколько въ иномъ порядкѣ, да и жетонъ здѣсь не совсѣмъ чистъ—сверху (*super vasis*) а повидимому имѣетъ на себѣ рисунокъ круга съ точкой, т. е. колеса. По крайней мѣрѣ, на такую мысль наводятъ слова „*figuram hujusmodi providens abacista in calculis effigiabit*“, если ихъ надо переводить „предусмотрительный абацистъ изобразить фигуру такого рода на счетныхъ жетонахъ“, какъ это я перевелъ выше, а не „предусмотрительный абацистъ придастъ счетнымъ жетонамъ видъ такой фигуры“. Послѣдній переводъ предполагалъ бы, что у Радульфа остальные жетоны не были круглы, а имѣли видъ соотвѣтственныхъ цифръ, какъ у Герберта, и только сипосы изображались круглыми жетонами. Первый же переводъ ставить насъ передъ вопросомъ, къ чему на круглыхъ жетонахъ рисовать изображеніе колеса, когда этотъ жетонъ уже самъ есть кружокъ. Вѣдь изображеніе сипоса или колеса на рисункѣ абака у Радульфа есть несомнѣнно письменное изображеніе жетона на счетахъ съ дыркой посерединѣ. Ни дать ни взять одна изъ косточекъ русскихъ счетовъ, снятая со счетовъ и схематически изображенная на письмѣ! Дырявые жетоны извѣстны намъ еще со временъ блаженной памяти Аристотеля, который въ своей Афинской Политиіи описываетъ употребленіе такихъ дырявыхъ жетоновъ „*ψῆφοι τετραπῆμενοι*“ при баллотировкѣ на судѣ². Преобладаніе дырявыхъ жетоновъ въ урнѣ рѣшало дѣло

¹ *Radulfus liber abaci* (Zeitschr. f. Math. XXXIV Supplement) p. 107.

² *Aristoteles 'Αθηναίων πολιτεία*, Blass, ed. 4, pp. 105—107.

не въ пользу отвѣтчика. Считали Греки уже при Геродотѣ¹ жетонами „ψήφοι“, въ то время, надо думать, еще немѣченными, а чистыми сверху (*supra-vacuū*). Они тоже, вѣроятно, были дырчавые, но, конечно, дыры тутъ дѣлались для другой цѣли, на примѣръ, для нанизыванія ихъ на веревочку и храненія на ней, въ то время, когда ими не считали на абакѣ. Съ появленіемъ мѣченныхъ цифрами жетоновъ, каждый изъ нихъ назывался существительнымъ происходящимъ отъ той цифры, которая была на немъ написана. Въ переводѣ на латинскій эти названія звучали „singularis“ (единица), *binarius* (двойка), *ternarius*, *quaternarius*, *quinarius*, *senarius*, *septenarius*, *octonarius*, *novenarius*. Они, эти мѣченые жетоны, тоже были пробуравлены, но изображеніе цифры тушевало это отверстіе, такъ что, кто хотѣлъ бы нарисовать этотъ жетонъ, нарисовалъ бы кружокъ съ цифрой, или, какъ это дѣлали абацисты X—XII вв., могъ бы ограничиться и изображеніемъ самой цифры безъ круга. Чистый жетонъ, сохраненный не для цѣлей нумераціи, а для другихъ менѣе важныхъ надобностей, сталъ называться просто жетономъ. По гречески это звучитъ *psephos* или *psiphos*, а въ латинскомъ вольномъ, но реально вѣрномъ переводѣ „*rota*“, „*rotula*“, т. е. кружокъ, колесо. Впрочемъ, помимо латинскаго термина „*rota*“, „*rotula*“, абацисты XI—XII вѣковъ употребляютъ и сравнительно еще малоисковерканный греческій терминъ „*sipos*“. Его мы находимъ у Лжебоэція, Радульфа и въ упомянутыхъ выше² стихахъ, гдѣ приведены названія всѣхъ знаковъ на рисункѣ абака. Въ одномъ изъ нихъ прямо говорится: „За ней (за девяткой—*celentis*) слѣдуетъ сипось, кото-

¹ Lib. II с. 36 (Stein, 5 ed., 1883). Ср. Ариом. самост. европ. культ. въ указателѣ слово Геродотъ.

² См. выше стр. 30.

рый называется и ротой“ (*Hanc sequitur sipos, et qui rota namque vocatur*). Изъ всѣхъ десяти названій этихъ знаковъ у абацистовъ только одинъ сипось звучить поиндоевропейски, въ частности погречески. Этотъ грекъ волею судебъ оказался связаннымъ съ совершенно иной экзотической компаніей¹.

Итакъ, совершенно ясно, что „ротула“ или „сипось“ абацистовъ не есть письменный знакъ, а есть жетонъ съ дыркой по серединѣ. Настоящая его правильная форма есть табл. № 1, 0, I A, встрѣчающаяся у Радульфа. Эта форма уже стремится по аналогіи съ цифрами превратиться въ знакъ и, въ качествѣ такового, у Радульфа даже забирается на жетонъ, такъ что на жетонѣ плеонастически появляется рисунокъ того же жетона. Но даже и въ этомъ, очень нашему нулю близкомъ видѣ, онъ не имѣетъ ничего общаго съ нулемъ, т. е. совѣмъ не является письменнымъ знакомъ, необходимымъ для десятичнаго письменнаго счисленія при помощи знаковъ для первыхъ девяти чиселъ. Не мудрено поэтому, что кромѣ двухъ комментаріевъ на Герберта (о первомъ мы говорили выше², о второмъ скажемъ ниже въ главѣ II. 3), Лжебоэцій и Радульфа ни одинъ изъ абацистовъ, приводящихъ девять цифръ, и не заикается о десятомъ знакѣ. Такого не было. Самъ Лжебоэцій, помѣстивъ всѣ десять знаковъ съ ихъ названіями на своемъ рисункѣ абака, въ слѣдующемъ непосредственно за рисункомъ текстѣ приводитъ всего девять знаковъ.

На рисунокѣ Лжебоэцій, или, по крайней мѣрѣ, его рукописи даютъ форму II и III, гдѣ изображеніе дырки по серединѣ принимаетъ видъ самостоятельнаго знака, т. е. треугольника, двухъ палочекъ

¹ См. названія цифръ у абацистовъ выше стр. 30, 31.

² См. выше стр. 69, 70.

подъ угломъ и даже пробуетъ превратиться въ букву „а“. Но это все не болѣе какъ печальное недоразумѣніе. И тутъ, оказывается, есть лишь только разнообразіе ошибочной передачи, а не самой формы!

Въ сипосѣ Лжебоэція до сихъ поръ всѣ видѣли нашъ нуль, а въ Лжебоэціи большинство до середины XIX столѣтія видѣли настоящаго Боэція, т. е. автора V и начала VI вѣка, жившаго исключительно грекоримскими традиціями. Нѣкоторые серьезные ученые, въ родѣ Кантора, еще и о сѣ пору не прочь считать лотарингскаго лгуна XI в. за Боэція. Если для Кантора¹ разочарованіе не наступило послѣ появленія моихъ *Gerberti Opera Mathematica*, гдѣ доказательства подложности такъ называемой геометріи Боэція въ двухъ книгахъ, а за компанію и другой геометріи тоже Боэція, но въ пяти книгахъ, приведены разбросанно въ видѣ латинскихъ примѣчаній къ латинскимъ текстамъ, то оно его во всякомъ случаѣ не минетъ послѣ того, какъ будетъ закончено печатаніемъ мое сочиненіе „Абакъ и Боэцій. Лотарингскій научный подлогъ XI вѣка“, выходящее съ Января 1907 г. въ Журналѣ Мин. Нар. Просв.

Уже съ XII твердо сложилась легенда о похищеніи Гербертомъ абака у испанскихъ арабовъ². Съ того же времени досужіе филологи нашли въ арабскомъ языкѣ слово абакъ, которое значить будто бы по арабски столъ³, чего въ дѣйствительности совсѣмъ нѣтъ. Въ XIII столѣтіи на западѣ Европы индусамъ въ дѣлѣ изобрѣтенія цифръ

¹ См. его краткую замѣтку о выходѣ въ свѣтъ моихъ *Gerberti Opera Math.* въ *Zeitschr. f. Math.* 1900 года, Heft. I, Hist. Litter. Abth. pp. 13, 14,

² См. Арием. самост. евр. культ. стр. 131 прим. 1 и въ указателѣ слово „Вильгельмъ изъ Момаберри“.

³ См. тамъ же стр. 56 прим. 1.

дается полная отставка и въ изобрѣтатели производятся арабы¹. Открытіе арабскихъ свидѣтельствъ, которыя ясно говорятъ объ индуусскомъ происхожденіи цифръ, имѣло больше значенія для ученыхъ. У публики наши цифры и до сихъ поръ слывутъ за арабскіе, а ученые не перестаютъ искать ихъ прототиповъ въ Индіи. Можно себя представить, какого пару поддала на полокъ горячаго убѣжденія въ арабскоиндуусскомъ происхожденіи нашихъ цифръ двухкнижная геометрія Боэція, начиная съ XVI столѣтія. Паръ этотъ стоялъ густымъ туманомъ до моихъ Gerberti Opera Mathematica. Не мало работы потребовалось, чтобы осадить его. И было чего волноваться! Гербертъ похищаетъ абакъ у арабовъ въ X вѣкѣ! А тутъ оказывается, что уже самъ Боэцій около 500 года пишетъ объ абакѣ, какъ о вещи извѣстной. На абакѣ не нужно никакого нуля, а Боэцій, ни мало не смущаясь, приводитъ сипось, который принимали за нуль. Всѣ убѣждены въ индуусскоарабскомъ происхожденіи цифръ, а Боэцій и ихъ всѣхъ приводитъ столѣтіемъ раньше Махомета. Какъ тутъ быть?

Возможно абсолютно вѣрить автору двухкнижной геометрії и по его указкѣ думать, что абакъ и цифры онъ взялъ у пиеагорейцевъ, въ частности у Архита, которые изобрѣли будто-бы и то и другое. Эта вѣра даетъ первый толчокъ въ сторону вывода нашей ариѳметики изъ классической древности. Полная ненужность нуля для абака заставляетъ нѣкоторыхъ изъ очень авторитетныхъ вѣрующихъ принимать, что нуль на рисункѣ абака у Боэція есть позднѣйшая вставка. Боэцію дозволяютъ знать только девять цифръ и абакъ. Такъ какъ приводимый имъ пиеагореецъ Архитъ живетъ

¹ См. тамъ же стр. 98 прим. 3.

въ его представленіи позже Евклида и приспособляетъ свой абакъ для Лаціума, о чемъ единственный извѣстный исторіи пиеагореецъ Архитъ въ началѣ IV в. до Р. Х. могъ думать столько же, сколько мы о приспособленіи телефона для нуждъ Якутской области, то придумали новаго никому неизвѣстнаго Архита, посадили его въ I или II ст. послѣ Р. Х. Добыли важный, но воображаемый фактъ, будто въ I и II послѣ Р. Х. были пиеагорейцамъ извѣстны только 9 цифръ безъ нуля. Анализируя приведенныя воображаемымъ Боэціемъ названія цифръ, извѣстныя и другимъ абацистамъ, замѣтили, что часть ихъ семитическаго происхожденія. Происхожденіе другой части искали въ томъ языкѣ, на которомъ говорили „боэціевскіе“ пиеагорейцы, т. е. въ греческомъ. Совершивъ цѣлый рядъ насилій надъ филологіей, пришли къ заключенію, что это слова греческія. Смѣсь греческаго съ семитическимъ поняли въ смыслѣ смѣси съ древнееврейскимъ. Самое подходящее мѣсто для образованія такой „пиеагорейской“ смѣси Александрія. Приобрѣтался еще одинъ „фактъ“, именно: наши цифры были извѣстны въ Александріи въ I в. послѣ Р. Х. Откуда же они явились? Все таки изъ Индіи? Почему? Потому что арабы въ IX—X столѣтіяхъ послѣ Р. Х. говорятъ, что взяли свои цифры изъ Индіи, а цифры арабовъ, особенно западныхъ сходны съ цифрами абацистовъ. Обрадовались тому, что нуль какъ знакъ является документально въ Индіи столѣтіями позже Рож. Хр., и стали утверждать что: 1) Наши цифры изобрѣтены въ Индіи, существовали безъ нуля и безъ нуля же прибыли къ I в. п. Р. Х. въ Александрію. Здѣсь они получили свои якобы еврейско-греческія прозвища въ духѣ пиеагорейской числовой символики и въ такомъ видѣ попали къ жившему въ I—II стол. п. Р. Х. Архиту, а отъ него сдѣла-

лись извѣстны Боэцію и другимъ римлянамъ; 2) Въ VIII столѣтіи начинается второе путешествіе цифръ въ измѣненномъ уже отчасти видѣ и уже съ нулемъ къ арабамъ, а отъ нихъ въ XII в. въ христіанскую Европу. Такова господствующая гипотеза¹.

Первое путешествіе никѣмъ не засвидѣтельствовано и есть совсѣмъ не необходимый выводъ изъ свѣдѣтельства разоблаченнаго мною лотарингскаго лгуна XI в., не заслуживающаго никакого довѣрія. Да и какая сила принесла бы въ I в. п. Р. X. за тридцать земель индійскіе знаки въ Александрію? Вѣдь безъ нуля и безъ абака они вообще для ариметики совсѣмъ не нужны, а безъ нуля на абакѣ не имѣютъ никакого преимущества передъ греческимъ числовымъ алфавитомъ и любымъ другимъ способомъ изображать первыя девять цѣлыхъ чиселъ. Ни одно названіе этихъ знаковъ изъ греческаго языка не объясняется, кромѣ какъ разъ сипоса, котораго также гипотеза хочетъ вывести черезъ арабовъ изъ Индіи не ранѣе VIII в. послѣ Р. X. Другіе полагали, что не только сипось, но и всѣ другіе знаки у Боэція позднѣйшая вставка тоже арабскаго происхожденія. Третьимъ уже и всѣ отдѣлы объ абакѣ казались вставкою и самъ абакъ представлялся арабскимъ дѣтищемъ. Четвертые изъ за цифръ и абака сомнѣвались въ подлинности всей геометріи Боэція, но никакихъ убѣдительныхъ доказательствъ тому не представили².

Теперь изъ моихъ работъ станетъ извѣстнымъ, 1) что двукнижная геометрія Боэція есть лотарингскій подлогъ XI вѣка, 2) что все, что авторъ говоритъ объ Архитѣ, есть ложь, и что подъ Архитомъ скрывается Гербертъ, 3) что все, что онъ говоритъ о

¹² См. тамъ же стр. 19, 20, 22, 25, 100.

¹³ Абакъ и Боэцій, глава II.

Пиеагорѣ и пиеогорейцахъ въ той опредѣленности, какъ у него, есть его свободное творчество, и только въ общемъ соотвѣтствуетъ мнѣнію современниковъ его о Пиеагорейцахъ и ихъ роли въ дѣлѣ абака и изобрѣтенія цифръ, 4) что никакого нуля у „Боэція“ нѣтъ, а есть только сипось, который имѣетъ совсѣмъ другое назначеніе, 5) что никакой Архитъ пиеагореецъ и абацистъ въ I въ II вв. п. Р. Х. не жилъ, 6) что настоящій Боэцій ничего объ абакѣ не писалъ, и тѣмъ не менѣе абакъ съ мѣченными жетонами былъ извѣстенъ всему грекоримскому міру, а, слѣдовательно, и Боэцію, 7) что нашихъ цифръ настоящій Боэцій ни въ какомъ изъ своихъ сочиненій не сообщаетъ, но что къ абацистамъ X—XII вв. онѣ все-таки попали не отъ арабовъ, а изъ грекоримской традиціи, и что воображаемый „Боэцій“ знаетъ ихъ какъ заурядный абацистъ XI в.

Для подтвержденія этого послѣдняго положенія, я привелъ всѣ общія историческія доказательства въ моей работѣ „Ариѳметическая самостоятельность евройпеской культуры“. Цѣль настоящей работы изслѣдовать, нѣтъ ли въ самихъ формахъ цифръ у абацистовъ, въ томъ числѣ и у знаменитаго Боэція, чего нибудь такого, что заставляло бы насъ думать, что онѣ взяты непосредственно у арабовъ, и что, слѣдовательно, онѣ косвенно индусскаго происхожденія.

Въ этой главѣ я возстановилъ настоящія формы этихъ цифръ у абацистовъ X—XII вв. Оказалось, что формы эти немногочисленны и стойки, что разнообразіе здѣсь есть, главнымъ образомъ, результатъ различія положенія, а также ошибокъ переписчиковъ и издателей. Я при помощи однихъ только абацистскихъ формъ далъ сносное, какъ мнѣ кажется, объясненіе происхожденія ихъ изъ самаго эле-

ментарнаго счета на пальцахъ, т. е. изъ того самаго счета, изъ котораго развивается незамѣтно и постепенно вся наша ариѳметика, проходя всѣ инструментальныя стадіи (абаки), до письменной ариѳметики включительно. Теперь остается узнать, какъ эти установленныя мною абацистскія формы относятся къ формамъ нашихъ цифръ у арабовъ и индусовъ?

History of the numerals of the abacists and of ours Глава II. Исторія цифръ абацистовъ и нашихъ.

1.

Предварительныя условія для разсмотрѣнія таблицы № 2.

Въ предыдущей главѣ мы потратили не мало усилій на установленіе основныхъ формъ цифръ у абацистовъ. Этимъ абацистамъ отведено у насъ гораздо больше мѣста, чѣмъ обыкновенно столь лелѣемымъ при разборѣ вопроса объ исторіи цифръ индусамъ и арабамъ. Почему же это такъ? О какойнибудь важной роли абацистовъ въ исторіи нашихъ цифръ не говоритъ никто. Сами они въ этомъ отношеніи тоже тише воды, ниже травы. Развязно ведутъ себя только арабы. Послѣдніе самымъ громогласнымъ образомъ свидѣтельствуютъ о томъ, что цифры, которыми они пользуются, не только взяты ими изъ Индіи, но еще въ добавокъ, что цифры эти тамъ и изобрѣтены, откуда они ихъ взяли, т. е. въ Индіи¹. Дѣлаютъ это они чистосердечно и съ увѣренностью, и, такъ какъ они свидѣтельствуютъ не въ свою пользу, а въ чужую, то свидѣтельство ихъ имѣетъ возможно высокій въ человѣческихъ дѣлахъ вообще, а въ исторіи въ частности, авторитетъ. Если бы въ изобрѣтеніи цифръ было чтонибудь худое, то мы, пожалуй, еще имѣ-

¹ Бубновъ, Арнем. самост. европ. культуры, Кіевъ, 1908; стр. 1—4.

ли бы право усумниться въ свидѣтельствѣ арабовъ, начиная съ IX в., но вся бѣда то именно въ томъ, что арабы представляютъ себѣ это дѣло совсѣмъ въ иномъ свѣтѣ. Они, какъ и многіе другіе изъ новѣйшихъ ученыхъ, думаютъ, что было время, когда какой нибудь мудрецъ занялся усовершенствованіемъ счета, и въ результатъ его глубокаго мудрствованія появились: 1) девять простыхъ (занимающихъ каждый одно мѣсто) знаковъ для первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ, 2) знакъ для отмѣтки пустого мѣста между другими простыми знаками, или еще гораздо болѣе хитрый нуль, 3) принципъ значенія цифръ по положенію, благодаря которому, при помощи всего девяти цифръ и указателя пустыхъ разрядовъ, нуля, можно изобразить любое число. Наивно представляя себѣ это все изобрѣтеннымъ сразу и сознательно, они совершенно справедливо считали изобрѣтателей за людей гениальныхъ, а изобрѣтеніе за очень тонкое и полезное. А такъ какъ нѣтъ ничего противнѣе природѣ человѣка, какъ славословить своего сосѣда, а не самого себя, то приходится признать, что арабы дѣйствительно усвоили свою ариметику изъ Индіи и были убѣждены въ томъ, что она тамъ заразъ и сознательно была изобрѣтена. Правда, искренность и безкорыстіе убѣжденія и свидѣтельства еще не гарантируютъ и истинности его, т. е. соответствія съ настоящей или исторической дѣйствительностью. Но вѣдь первые арабскіе свидѣтели являются почти современниками той эпохѣ, когда этотъ переходъ долженъ былъ и могъ совершиться. Стало быть, имъ и книги въ руки, да, кромѣ того, появленіе у арабовъ индускихъ математическихъ сочиненій во второй половинѣ VIII есть точно установленный фактъ¹. Однимъ словомъ,

¹ Тамъ же, стр. 94.

при самомъ лучшемъ расположеніи къ скепсису, приходится волей-неволей признать, что прямо изъ головы роль Индіи въ исторіи ариеметики взята быть не могла, что индусы, дѣйствительно, сдѣлали въ ариеметикѣ нѣчто такое, за что даже завистливые сосѣдніе и отдаленные народы стали ихъ славословить. Не только арабы, которые въ своихъ завоеваніяхъ пришли въ соприкосновеніе съ Индіей, но и другіе болѣе отдаленные и не менѣе культурные люди говорятъ тоже самое, какъ то евреи, западные европейцы, и даже гордые своей наукой византійцы¹. Пусть болѣе отдаленные и болѣе поздніе свидѣтели повторяютъ арабскую традицію, все же вопросомъ остается, повидимому, только размѣръ заслуги индусовъ въ изобрѣтеніи нашей ариеметики. Совсѣмъ ихъ изъ этого изобрѣтенія выкинуть никакъ нельзя.

Но почему бы индусамъ и не выдумать ариеметики? Что мы собственно имѣемъ противъ нихъ? Почему мы вдругъ настроились противъ нихъ на скептическій ладъ, не хотимъ вѣрить не только имъ самимъ, самодовольно признававшимъ ариметику за автохтонное изобрѣтеніе, но даже и другимъ, незаинтересованнымъ свидѣтелямъ?

Для этого можетъ быть и есть нѣсколько резоновъ.

Прежде всего характеръ предмета, о которомъ идетъ рѣчь. Неужели кого нибудь можно убѣдить въ томъ, что безъ индусовъ и до индусовъ люди не умѣли ни считать, ни производить четырехъ первыхъ ариеметическихъ дѣйствій? Но вѣдь это умѣнье свойственно всѣмъ народамъ и вытекаетъ изъ самой сущности человѣческаго разума. Греки имѣли

¹ Тамъ же, стр. 360.

прекрасную ариметику, даже съ возвышеніемъ въ степени и извлеченіемъ корней квадратныхъ и кубическихъ, но никто не станетъ утверждать, что греки учились у индусовъ. Значить, дѣло идетъ не объ изобрѣтеніи ариметики вообще, а лишь объ усовершенствованіи ея, о приданіи ей болѣе простаго и удобнаго вида, дающаго возможность производить дѣйствія скорѣе и проще, а числа изображать наименьшимъ количествомъ знаковъ и при томъ легко и ясно для всякаго. Такой наша современная ариметика, дѣйствительно, должна быть признана. Греки и римляне безусловно передъ ней пасуютъ, если только имъ никакой другой ариметики, кромѣ традиціонно имъ приписываемой (безъ значенія по положенію, безъ девяти цифръ, достаточныхъ для изображенія любого числа), извѣстно не было. Въ чемъ же состоитъ превосходство современной ариметики? Въ томъ, что только въ ней одной письменное изображеніе знаковъ, письменное счисленіе, поставлено въ ясное соотвѣтствіе съ словеснымъ десятичнымъ счисленіемъ, лежащимъ въ основаніи счета у всѣхъ народовъ. То, что было у всѣхъ народовъ очень ясно и просто на словахъ, становилось очень обстановочно, неясно и непросто, когда переходило въ письмо. Примѣръ греческое (алфавитное) или римское счисленіе. Въ нашей ариметикѣ этотъ недостатокъ устраненъ, а потому и извѣстныя всѣмъ и до нея ариметическія операціи значительно упрощались и становились удобными и удобобозримыми.

Повидимому, ничто не мѣшаетъ признать, что вотъ эта наша, болѣе удобная, ариметика индускаго происхожденія.

Однако и тутъ праздникъ индусовъ нарушается нѣкоторыми непрошенными гостями исторической критики или традиціи.

Въ сочиненіи „Ариѳметическая самостоятельность европейской культуры“ я развилъ цѣлую сѣть аргументовъ въ пользу того, что и эта болѣе удобная внѣшняя оболочка для ариѳметики совсѣмъ не такого рода, чтобы она могла быть изобрѣтена за одинъ присѣстъ какимъ нибудь мудрецомъ или цѣлой компаніей ихъ въ какое нибудь опредѣленное время. Она развивалась вѣками незамѣтно. Я постарался углубить и освѣтить эти темныя и кучья до сихъ поръ перспективы исторіи ариѳметики, и мы увидѣли, что передъ нашей писчей ариѳметикой стоитъ во тьмѣ временъ очень длинная эпоха инструментальной ариѳметики. Какъ словесная десятичная ариѳметика, такъ и писчая десятичная родились и выросли на разнаго рода счетныхъ инструментахъ, начиная съ пальцевъ и кончая столбомъ, разграфленнымъ на десятичныя колонны—разряды. На этомъ столбѣ раскладывались мѣченныя девятю всего цифрами жетоны, и даже употреблялся чистый круглый жетонъ безъ всякой помѣтки (соотвѣтствующій нашему нулю). Эта автоматическая, медленная, не нуждающаяся въ содѣйствіи какихъ нибудь мудрецовъ ариѳметическая эволюція раскрылась передъ нами съ ослѣпительною ясностью, а истинными виновниками ея явились не одинъ или нѣсколько геніальныхъ людей, а простые базарные люди, столѣтіями считавшіе для обыденныхъ своихъ надобностей на своихъ инструментахъ. Переходъ отъ словесной ариѳметики прямо къ нашей письменной безъ помощи счетнаго инструмента съ колоннами и мѣченными жетонами сталъ совершенно невѣроятенъ. Повѣрили ли мы бы арабамъ, если бы они повѣдали намъ, что какой нибудь человѣкъ достигъ зрѣлаго возраста, минуя юность? А какъ разъ о счетныхъ ин-

струментахъ ни арабы, ни индусы не говорятъ ровно ничего!

Но, если инструментальная стадія развитія является обязательной для нашей ариѳметики, то не принадлежитъ ли индусамъ, по крайней мѣрѣ, та честь, что они раньше другихъ продѣлали эту эволюцію и, дойдя до финальной „meta sudans“, побили рекордъ на быстроту?

Однако, чѣмъ бы можно было объяснить ихъ рѣзвость? Ариѳметическая эволюція вещь такого рода, что быстрота ея зависитъ отъ культурныхъ условій. Но развѣ индусы въ этомъ отношеніи стоятъ лучше другихъ извѣстныхъ намъ народовъ, египтянъ, ассирійцевъ и ихъ учениковъ грековъ? Эти цивилизаціи не моложе индусской, а ихъ позднѣйшая стадія—греческая куда интенсивнѣе индусской. Первенство индусовъ въ этомъ автоматическомъ творчествѣ оставалось бы, во всякомъ случаѣ, непонятнымъ.

Но уже давно сказано „credo, quia absurdum“. Чѣмъ непонятнѣе было первенство индусовъ, тѣмъ больше открывалось простора для слѣпой вѣры. Индусское происхожденіе нашей ариѳметики превратилось прямо въ своего рода догматъ, поколебать который не могли никакія разочарованія дѣйствительности.

Когда въ XIX столѣтіи была открыта¹ инструментальная ариѳметика абацистовъ X—XII вѣковъ, и оказалось, что въ этой ариѳметикѣ употреблялось всего девять цифръ, нарисованныхъ на жетонахъ (или жетоны изображали собою цифры), что эти цифры имѣли значеніе по положенію справа влѣво, что и десятый родъ жетоновъ, а именно немѣченные, соотвѣтствующіе нашему нулю, были извѣстные аба-

¹ Тамъ же стр. 14, 38 (Chasles).

цистамъ, адепты новой вѣры смутились только на короткій срокъ. Сначала пробовали отрицать открытіе или интерпретировать его по своему. Но, когда это стало невозможно, сами обратились въ свидѣтелей и даже адвокатовъ въ пользу излюбленныхъ индусовъ. Стали утверждать, что открытый въ X—XII столѣтіяхъ на западѣ Европы у латинскихъ авторовъ абакъ появился къ нимъ оттуда же, откуда и новая ариѳметика, т. е. изъ Индіи черезъ арабовъ¹. Нашли даже и человѣка, который познакомилъ Европу съ этимъ абакомъ, познакомившись съ нимъ у арабовъ. Это былъ, видите ли, Гербертъ². Авторитетъ такихъ позднихъ свидѣтелей однако ничтоженъ, аргументація же ученыхъ адвокатовъ крайне слаба.

Въ моей „Ариѳметической самостоятельности европейской культуры“ я, мнѣ кажется, поставилъ внѣ сомнѣнія, что абакъ X—XII вв. есть классическая традиція, самое слово абакъ—греческое, какъ греческимъ же является и названіе похожаго на нашъ нуль немѣннаго жетона у абацистовъ—*sipos* (*psephos*, *psiphos*, *sipos*). Выходитъ, что принципъ значенія по положенію, девять знаковъ и даже десятый, пока еще въ пластической формѣ жетона, а не письменнаго знака, были извѣстны грекамъ и римлянамъ. Пассажъ для индусовъ и ихъ адвокатовъ не изъ пріятныхъ, особенно если принять въ соображеніе, что индусы могутъ хвастнуть нашей ариѳметикой документально не ранѣе VIII вѣка по Р. Х.³, а греки ею пользовались, по край-

¹ Тамъ же, стр. 23.

² Тамъ же, стр. 7, 9, 24, 25, 44—45, 58.

³ Нуль письменный документально засвидѣтельствованъ только въ 738 г. по Р. Х. См. *E. Clive Bayley*, On the genealogy of Modern Numerals, part II, Simplification of the ancient indian numeration. *Journal of the Royal Asiatic Society*, New-Series, t. XV (1883), p. 27.—Ср. *Cantor*, *Vorlesungen* t. 2, pp. 569, 574.

ней мѣрѣ, въ инструментальной формѣ не менѣе тысячи лѣтъ до того. Въ математикѣ греки были учителями индусовъ, которые у нихъ учились алгебрѣ, геометріи и астрономіи. Сама западная Индія III—I столѣтія до Р. Х. была подчинена грекобактрійскому государству. Что же тутъ удивительнаго, если индусы заимствовали у грековъ абакъ? Тогда вся ихъ роль сводится къ тому, что они сняли съ инструментальной греческой ариеметики писчую копію, что они стали писать цифры въ книгахъ по способу абака, да и то потому, что мѣстные письменныя счисленія были очень сложны и неясны, греки же прекрасно обходились въ книгахъ своимъ числовымъ алфавитомъ и, производя на абакѣ операціи и изображая цифры по современному, результаты записывали по традиціонному способу.

Но тогда почему же всюду, гдѣ находится въ употребленіи современная ариеметика, пользуются цифрами, которыя, говорятъ намъ, несомнѣнно индусскаго происхожденія? Положимъ, форма цифръ въ ариеметикѣ вещь неважная и безразличная, но цифры все же являются своего рода фабричной маркой. Разъ марка индусская, то и провенансъ товара индусскій же. Аргументъ этотъ не такъ силенъ, какъ кажется. Дѣло въ томъ, что на жетонахъ на абакѣ греки употребляли первые девять знаковъ своего числоваго алфавита, т. е. буквы. Усвоивъ у грековъ абакъ, индусы могли греческіе знаки, чуждые имъ, замѣнить своими знаками, можетъ быть тоже буквами, какими представляются индусскія цифры нѣкоторымъ ученымъ.

Несомнѣнно тѣмъ не менѣе, что цифры остаются реальнымъ аргументомъ въ пользу индусовъ, независимо отъ могущихъ ошибаться свидѣлей. Не рѣшая дѣла окончательно, онѣ создаютъ презумпцію въ пользу индусовъ. Такъ вопросъ о происхожде-

ніи нашей ариѳметики, въ концѣ концовъ, заостри-
вается въ вопросъ о происхожденіи нашихъ, или,
какъ ихъ обыкновенно называютъ, арабскихъ или
индусскихъ цифръ. Если и цифры окажутся не ин-
дусскими по происхожденію, то тогда скромная
роль индусовъ въ дѣлѣ изобрѣтенія ариѳметики
станетъ яснѣе дня.

Но уже чего искать несомнѣннѣе убѣжденія
въ индусскомъ происхожденіи нашихъ цифръ? Не
будемъ покамѣстъ особенно напирать на формы
цифръ, какъ они намъ переданы у разныхъ наро-
довъ. Онѣ, чего добраго, могли бы насъ сильно
разочаровать или, по крайней мѣрѣ, навести на
непріятныя мысли. Къ тому же ихъ, этихъ формъ,
оказывается такъ много и онѣ столь разнообразны,
что на нихъ однихъ, повидимому, ничего нельзя
основать. Тутъ у всякаго опустятся руки. Да и къ
чему намъ это, когда арабы и другіе согласно на-
зываютъ цифры современной ариѳметики индусски-
ми, а полное молчаніе на этотъ счетъ классической
древности вполнѣ подтверждаетъ это свидѣтельство?
Ни греки, ни римляне нигдѣ не оставили намъ при-
мѣра употребленія нашихъ современныхъ цифръ,
или хотя бы ихъ прототиповъ.

Но и тутъ дѣло не обошлось безъ trouble-fête'a!
Уже съ XII вѣка отравлялъ ариѳметическую тра-
дицію нѣкій двукнижный Боэцій, который въ своей
геометріи излагаетъ систему абака съ колоннами и
мѣченными жетонами. Мало того, онъ приводитъ
въ текстѣ 9 знаковъ, которые обнаруживаютъ не-
сомнѣнное сходство съ нашими цифрами, а на при-
ложенномъ рисункѣ абака у него даже, страшно
сказать, стоитъ прямо нашъ нуль, правда съ ка-
кимъ то знакомъ внутри (см. табл. № 1, отд. II
и III). Но и этого недостаточно. Боэцій самымъ
развязнымъ образомъ заявляетъ, что все это, и

абакъ и цифры, и дробѣ на абакѣ, онъ взялъ у пифагорейца Архита, и все это изобрѣтено пифагорейцами, даже самимъ Пифагоромъ. Вотъ, можно сказать, не было ни гроша, а вдругъ алтынъ! Наши цифры у грека Пифагора, т. е. въ VI вѣкѣ до Р. Хр. Конечно! Индусамъ крышка, скажетъ обрадованный читатель, приготовляясь къ давно желанному эпилогу.

Не тутъ то было! Такъ какъ Боэцій оказался въ VI вѣкѣ знающимъ то, чего ему знать не полагалось, т. е. наши или индусскія цифры, которыя только въ VIII вѣкѣ появляются изъ Индіи къ арабамъ, то ничего не было легче, какъ заявить, что этотъ Боэцій не настоящій Боэцій, или, по крайней мѣрѣ, цифры у него и все о Пифагорѣ есть позднѣйшая (не ранѣе X—XI вв.) вставка. Третьи, признавая сочиненіе Боэція подложнымъ, думали тѣмъ не менѣе, что у него уцѣлѣла древняя классическая традиція о происхожденіи абака, но цифры все же признавали, вопреки этой будто бы уцѣлѣвшей традиціи, по которой вѣдь и цифры—пифагорейское изобрѣтеніе, за позднѣйшую вставку. Четвертые, наконецъ, не позволяли Боэцію знать только десятого знака, такъ какъ его нѣтъ въ текстѣ, да уже и больно много Боэцій бы зналъ, а девять разрѣшали, но вмѣсто того, чтобы, по его свидѣтельству, которое они считали принадлежащимъ настоящему Боэцію, отнести эти 9 цифръ на счетъ Пифагора, пустились исправлять Боэція. Тутъ, видите ли, дѣло идетъ объ испорченной классической традиціи, которую Боэцій повторяетъ. Архитъ, на котораго ссылается Боэцій, какъ на передаваго абакъ Лаціуму, т. е. римлянамъ, не можетъ быть древній пифагореецъ и математикъ начала IV в. до Р. Х., такъ какъ послѣдній полатыни ничего писать не могъ и о Лаціумѣ не имѣлъ основанія за-

ботиться, а только неопиѳагореецъ, котораго изобрѣли и на основаніи извѣстныхъ соображеній (не выдерживающихъ критики) посадили въ I ст. послѣ Р. Х. Такъ въ полномъ противорѣчій съ Боэціемъ, котораго однако же считали настоящимъ, получили для цифръ *terminus, ante quem* они стали извѣстны въ Европѣ, т. е. I ст. послѣ Р. Х. Это все таки не такъ страшно, какъ VI в. до Р. Х., когда жилъ Пиѳагоръ, или IV до Р. Х., когда жилъ извѣстный всѣмъ Архитъ. Подвергнувъ филологическому анализу названія цифръ, переданныя Боэціемъ и извѣстныя абацистамъ X—XII вв., пришли къ заключенію, что въ нихъ есть элементъ семитическій и будто бы греческій. Такъ какъ на счетъ арабовъ этотъ семитическій элементъ отнести мѣшала хронологія, то кредитовали имъ евреевъ. Выходило, что названія цифръ представляютъ смѣсь еврейскаго и греческаго. Отсюда уже рукой подать до египетской Александріи, гдѣ еврейскій міръ всего болѣе соприкасался съ греческимъ, и до неопиѳагорейцевъ, къ которымъ будто бы принадлежалъ Архитъ. Греческія будто бы названія цифръ подверглись объясненію въ духѣ мистическаго пиѳагореизма съ сильно эротической подкладкой, героемъ котораго явился Vincent¹.

Опираясь на тотъ фактъ, что у арабовъ цифры не вездѣ одинаковыя, а различаются западно-арабскія (гобаръ) и восточно-арабскія, и на признаваемое сходство и тѣхъ и другихъ съ несомнѣнно индусскими знаками, Воерске построилъ господствующую и понынѣ теорію, по которой индусскія цифры явились на западъ два раза: одинъ разъ въ I въ Александрію къ неопиѳагорейцамъ безъ нуля, второй разъ въ VIII и IX вв. къ арабамъ уже съ

¹ *Бубновъ*, Арием. сам. евр. культ., стр. 91, 116, 118.

нулемъ¹. Разновременностью ихъ появленія, повидимому, удовлетворительно объяснялся фактъ различія цифръ у восточныхъ и западныхъ арабовъ, а отсутствіе нуля въ первое путешествіе дѣлало понятнымъ ихъ второе путешествіе изъ Индіи на западъ. Нуля же въ первое путешествіе нельзя было допустить по нѣсколькимъ причинамъ. Изъ нихъ самая главная и совершенно достаточная это та, что до нуля въ ту пору, повидимому, еще и индусы не додумались: онъ у нихъ документально представленъ только съ VIII в. по Р. Х.² Затѣмъ этого нуля нѣтъ въ текстѣ Боэція, а изъ рисунка Боэція его, при желаніи, можно удалить. Да, наконецъ, чѣмъ бы тогда вызывалась необходимость второго путешествія и какъ бы этого нуля александрійцы, а за ними и остальной классическій міръ, не пустили сразу въ оборотъ? А вѣдь этого то какъ разъ не замѣчается. Отъ индусскихъ цифръ I столѣтія по Р. Х. произошли будто бы цифры абацистовъ, западно-арабскія (гобаръ) и тѣсно съ ними связанныя цифры алгоритмиковъ. Отъ индусскихъ же цифръ VIII в. восточноарабскія и въ томъ же вѣкѣ къ цифрамъ I в. по Р. Хр. присоединяется на западѣ нуль.

Такова господствующая теорія. Напрасно Боэцій свидѣтельствовалъ въ пользу пифагорейцевъ и самаго Пифагора. Даже тѣ, кто его уважалъ и ему вѣрилъ, все равно повернули его Архитовъ, Пифагоровъ и вообще пифагорейцевъ на обыкновенныхъ индусовъ. Его голосъ остался гласомъ вопіющаго въ пустынѣ. Онъ не могъ перекрычать свидѣтельства арабовъ и другихъ, а также затушевать фактъ признаваемого сходства цифръ абацистовъ съ цифрами индусовъ.

¹ Тамъ же, 19, 20, 22, 85, 100.

² См. выше стр. 89 прим. 3.

Однако, въ сочиненіи „Абакъ и Боэцій“, которое печатается въ Журн. Мин. Нар. Просв. и выйдетъ отдѣльно, я показалъ, что двухъкнижная геометрія Боэція есть лотарингскій подлогъ второй половины XI вѣка, уже обманывавшій людей начала XII в. Точныя текстуальныя сопоставленія показали, что фальсификаторъ пользовался: 1) древнѣйшимъ сборникомъ абацистовъ, составленнымъ въ концѣ X в., по всей вѣроятности, въ Лотарингіи и для Оттона III, и 2) однимъ изъ позднѣйшихъ изводовъ рукописей римскихъ землеѣровъ, куда по ошибкѣ, сдѣланной въ Лотарингіи и объясняемой изъ переписки Герберта съ лотарингцемъ Адельбольдомъ, попало имя Герберта, а именно въ заглавіе геометрическихъ статей, принадлежащихъ совсѣмъ другимъ лицамъ. Какъ этого фальшиваго Герберта, такъ и находившагося въ его первомъ источникѣ сильно подправленнаго Герберта фальсификаторъ въ сознательномъ обманѣ замѣнилъ вычитаннымъ изъ музыки и ариѳметики настоящаго Боэція пиеагорейцемъ Архитомъ. При этомъ фальсификаторъ по невѣжеству „здорово влетѣлъ“, нагородивъ, что Архитъ этотъ заботился о Лаціумѣ и приспособилъ абакъ къ Лаціуму. Отъ Архита же рукой подать по пиеагорейцевъ и Пиеагора. Стимуломъ подлога было доказать опредѣленнѣе то, что въ XI в. всѣ желали знать, а именно, что абакъ переданъ изъ класическихъ временъ и что надъ нимъ трудился такой великій мудрецъ, какъ Пиеагоръ. Виѣшнимъ толчкомъ къ подлогу послужила пятикнижная и тоже подложная геометрія Боэція, которая стояла въ той же рукописи римскихъ землеѣровъ на первомъ мѣстѣ и была такъ плохо и мозаично скомпанована, что сомнѣніе въ ея подлинности могло зародиться даже у домопущеннаго критика. Фальсификаторъ взялъ лучшее,

что было въ этой рукописи о геометріи (въ частности и III и IV книгу пятикнижнаго Боэція, т. е. латинскій переводъ Евклида, сдѣланный дѣйствительнымъ Боэціемъ), пристегнулъ сюда кое какіе другія извлеченія изъ землемѣровъ, да еще понадергалъ кое что изъ древнѣйшаго сборника абацистовъ объ абакѣ и такъ составилъ свою удивительную книгу съ сенсаціонной ложью о пифагорейцахъ. О Пифагорѣ и абакѣ въ древности онъ въ Лотарингіи въ XI в. зналъ ровно столько, сколько и мы грѣшныя.

Если такъ, то оба Архита, какъ тарентскій, такъ и изобрѣтенный латинскій, должны быть оставлены въ покоѣ. *Terminus ante quem*, т. е. I в. послѣ Р. Х., вмѣстѣ съ Архитомъ улетаетъ въ трубу, а съ нимъ и вообще пифагорейцы. Если къ этому прибавить, что названія цифръ у абацистовъ на самомъ дѣлѣ не даютъ ни одного греческаго или индусскаго корня, а лишь семитическія (которыя могутъ быть и ассирійскими) и уралоалтайскія, то Александрія станетъ миражемъ и, чего добраго, замѣнится Вавилономъ¹. Наконецъ, у подложнаго Боэція, какъ и у всякаго зауряднаго абациста конца XI в., на абакѣ употреблялось всего десять родовъ жетоновъ, изъ нихъ девять мѣчепныхъ цифрами, а десятый чистый. Этотъ то чистый жетонъ у абацистовъ XI вѣка употреблялся для разныхъ отмѣтокъ, между прочимъ и для отмѣтки пустыхъ разрядовъ². Предполагать поэтому, что было время, когда абацистамъ было извѣстно всего девять знаковъ, нечего. Такихъ абацистовъ нѣтъ и быть не могло. Если такъ, то и въ I вѣкѣ не могло быть никакихъ девяти цифръ безъ нуля у александрійцевъ. Да и къ чему служили бы александрійцамъ девять цифръ безъ нуля, къ чему было ожи-

¹ Бубновъ, Ар. самост. евр. культ., стр. 89—96.

² См. ниже стр. 140—149.

дать ихъ прибытія за тридевять земель? Чѣмъ они лучше обыкновенныхъ греческихъ цифръ — буквъ?

Итакъ, Боаций внесъ своимъ свидѣтельствомъ въ исторію цифръ только путаницу, распутавъ которую, мы стоимъ на той же точкѣ, на которой всѣ стояли до него и съ которой не сходили и послѣ него тѣ, кто въ немъ сомнѣвался. Единственное свидѣтельство классической древности исчезаетъ и у насъ опять никого нѣтъ кромѣ арабовъ и инду-совъ.

Но тутъ выступаютъ на первый планъ аба-цисты X—XII вв. и берутъ на себя роль „Боация“, безъ его развязности. Они оппонируютъ арабамъ и индусамъ безъ словъ, но краснорѣчиво. Дѣло въ томъ, что абацисты уже съ десятого вѣка навѣрно употребляли на своихъ жетонахъ, рядомъ съ римскими цифрами или греческими буквами, для первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ еще и девять знаковъ, которые обнаруживаютъ несомнѣнное сходство съ западноарабскими (гобаръ). Повидимому, нѣтъ ничего проще какъ допустить, что абацисты взяли свои цифры у западныхъ арабовъ, напр. у испанскихъ, благо эти были подъ бокомъ и съ ними были постоянныя сношенія. Но начать съ того, что усвоеніе знаковъ писчей ариѳметики безъ усвоенія ея сущности есть нонсенсъ. Эволюція ариѳметики скорѣе можетъ примириться съ усвоеніемъ писчей ариѳметикой знаковъ инструментальной, чѣмъ наоборотъ, такъ какъ писчая представляетъ собой слѣдующую и высшую стадію развитія. Если бы аба-цистамъ были извѣстны арабскія цифры, то имъ была бы извѣстна и арабская ариѳметика, гораздо болѣе простая, а тогда они оставили бы свой абакъ. Однимъ словомъ, они въ IX и X вв. сдѣлали бы то, что они сдѣлали въ XII вв., именно стали бы переходить изъ абацистовъ въ алгоритмики. На бѣ-

ду, въ числѣ знаковъ абацистамъ извѣстенъ былъ и кружокъ, который при гипотезѣ заимствованія у арабовъ, долженъ быть признанъ равнымъ нашему нулю. Нуля же на абакѣ совсѣмъ не было нужно. Это была бессмысленная роскошь, а люди, которые познакомились съ употребленіемъ арабскаго нуля, сохранили бы отставшую на стадію развитія ариеметику и стали бы этотъ нуль употреблять для разныхъ неважныхъ отмѣтокъ, были бы олухами царя небеснаго, а не схоластиками. Къ тому же у арабовъ нуль есть писчій знакъ, который, всего вѣроятнѣе, развился изъ пустого немѣченнаго жетона инструментальной ариеметики, у абацистовъ же ихъ „сипость“ есть жетонъ, который они называютъ еще и „колесомъ“ (rota). Выходило бы, что жетонъ инструментальной ариеметики обратился въ писчей ариеметикѣ въ нуль, писчій знакъ, а абацисты X—XII вв., усвоивъ его у арабовъ въ формѣ писчаго знака, обратили бы его вновь въ жетонъ, т. е. пошли бы навстрѣчу теченію времени. Если бы абацисты усвоили себѣ нуль у арабовъ, то они и называли бы его арабскимъ терминомъ, какъ это съ XII в. дѣлали алгоритмики, т. е. „цифрой“ (отъ „цифръ“,—арабское слово, переводъ индусскаго „сунья“—„пустой“—разрядъ или жетонъ?), а они ни разу его такъ не называютъ, а обходятся греческимъ (sipos = psiphos = pserphos = ψῆφος = жетонъ) или латинскимъ (rota) терминомъ. Для названій же другихъ цифръ абацисты сохранили намъ традицію, которая непримирима съ заимствованіемъ у арабовъ. Изъ девяти только два названія (arbas—4, и temenias—8) обнаруживаютъ явно семитическій корень, одно названіе еще кое какъ производится оттуда же (quimas, изъ „хамшу“—пять), но за то остальные шесть именъ ни изъ какого семитическаго или индусскаго слова не производятся. Еще три названія

могли произойти отъ арабскаго, но зато уже шесть то другихъ арабамъ совсѣмъ неизвѣстны, отдаютъ уралоалтайскимъ какимъ то языкомъ и абацистами усвоены несомнѣнно не у арабовъ. Между тѣмъ у абацистовъ эти названія имѣютъ большое значеніе. Они иногда въ своихъ латинскихъ объясненіяхъ замѣняютъ латинскія числительныя этими диковинными названіями. Откуда взяты эти названія, оттуда же взятые абацистами и цифры, а названія взяты не у арабовъ. Если такъ, то сходство цифръ абацистовъ съ цифрами западныхъ арабовъ не объясняются ли инымъ образомъ? Если цифры у абацистовъ не арабское заимствованіе, то они могли быть взяты только оттуда, откуда и абакъ, т. е. представляютъ собою классическую традицію. Западные арабы усвоили себѣ классическій абакъ и эти цифры, а въ IX в., перейдя къ писчей индусской ариметикѣ, сохранили давно усвоенные и привычныя знаки абацистовъ.

Если бы абацисты усвоили свои цифры у западныхъ арабовъ, то объ этомъ сохранилась бы у нихъ какая нибудь традиція, но именно такой традиціи у нихъ нѣтъ. Древнѣйшіе извѣстные намъ абацисты X—XI вв. говорятъ о цифрахъ, какъ о вещи не новой, а давно извѣстной. Нигдѣ ни малѣйшаго намека на арабовъ. Напротивъ, если о цифрахъ у нихъ и была какая нибудь традиція, то она была классической. Иначе какъ бы это въ концѣ XI в. фальсификаторъ Боэція пытался бы имъ благоугодить своими благоглупостями объ Архитѣ и Пифагорѣ, если бы они знали, что все это недавно усвоено у арабовъ. Въ XII в., когда арабская ариметика уже показывается въ Европѣ, абацистъ Радульфъ Ланскій называетъ цифры халдейскимъ изобрѣтеніемъ. Пусть и это не древняя традиція, а домыселъ ученыхъ XII в., сдѣланный

не безъ содѣйствія евреевъ, узнавшихъ семитическій элементъ въ названіяхъ двухъ—трехъ цифръ у абацистовъ, но, значить, арабы то уже, по представленію абацистовъ, были не при чемъ. Мода на арабовъ пошла позднѣе. Въ концѣ XII или началѣ XIII вѣка намъ уже начинаютъ говорить, что и абакъ слово арабское и значить „столъ“, что совершенно невѣрно. Абакъ по арабски никакого стола не значить. Это значеніе онъ имѣетъ въ греческомъ и латинскомъ языкѣ. У евреевъ есть слово абакъ, но у нихъ оно значить легкая дорожная пыль. Такого же достоинства и утвержденія алгоритмиковъ съ XIII вѣка, которые стали называть свои цифры арабскими, т. е. какъ разъ такими, какими ихъ и арабы не называли¹.

Такимъ образомъ, въ исторіи ариеметики случайно имѣетъ первостепенное значеніе вопросъ, какого происхожденія цифры нашей ариеметики, а въ этомъ послѣднемъ особый интересъ имѣютъ цифры абацистовъ.

Вотъ почему мы имъ однимъ посвятили всю предыдущую главу. Вотъ почему и въ этой при сравненіяхъ мы будемъ всегда отправляться отъ нихъ. Мы будемъ постоянно имѣть передъ собою вопросъ, откуда взялись цифры абацистовъ? Можемъ ли мы такъ твердо укорениться въ убѣжденіи о только индусскомъ происхожденіи цифръ, чтобы утверждать, что, если абацисты усвоили свои цифры не у арабовъ, то они ихъ заимствовали самостоятельно, т. е. раньше арабовъ, потому что послѣ западные абацисты были отъ Индіи раздѣлены арабскими государствами, но все же у тѣхъ же непремѣнныхъ членовъ всякаго ариеметическаго присутствія, индусовъ?

¹ Бубновъ, Ар. самост. евр. культ., гл. IV.

Но о заимствованіи абацистами цифръ у индусовъ до арабовъ не говорить уже ровно никто. Молчатъ индусы, замолкли арабы и прочіе „языцы“.

Въ этомъ молчаніи прислушаемся къ тому, что говорятъ самыя формы цифръ.

Однако раньше, чѣмъ разбирать ихъ путанный языкъ, мы должны кое въ чемъ условиться. Какъ должны относиться между собою цифры у разныхъ народовъ для того, чтобы традиціонный взглядъ на Индію, какъ на родину нашихъ цифръ, остался въ силѣ?

1. Индія должна прежде всего дать намъ цифры, которыя въ генетическомъ отношеніи, въ смыслѣ своего графическаго состава, а за тѣмъ и по времени были бы древнѣе цифръ всѣхъ другихъ народовъ и объясняли бы удовлетворительно цифры этихъ другихъ народовъ въ графическомъ отношеніи.

2. Ближайшими къ индусскимъ должны быть формы сосѣднихъ съ ними арабовъ, которые вѣдь болѣе всѣхъ и распинаются за индусское происхожденіе нашихъ цифръ.

3. Единство арабской культуры, единство времени и мѣста заимствованія арабами цифръ у индусовъ предполагаютъ единство цифръ у всѣхъ арабовъ. Отличія по времени и мѣсту неизбѣжны, но коренное различіе двухъ группъ цифръ у арабовъ было бы явленіемъ необъяснимымъ. Оно свидѣтельствовало бы въ пользу различія источниковъ, изъ которыхъ черпали арабы. Тогда, кромѣ индусовъ, они могли черпать и еще гдѣ нибудь, а Индія уже потеряла бы свою монополію. Двукратное путешествіе цифръ изъ одной и той же страны къ одному и тому же народу теперь, увы, уже не можетъ имѣть послѣ провала Боэція и вызванныхъ имъ теорій никакого кредита и смысла. Такимъ удобнымъ спо-

собомъ различіе цифръ у арабовъ уже не объясняется.

4. Единство времени и мѣста заимствованія изъ Индіи предполагало бы такое положеніе вещей: 1) самыми близкими къ индусскимъ были бы формы восточно-арабскія, 2) больше должны были бы отличаться западно-арабскія (гобаръ) и цифры зависящихъ отъ нихъ прямо алгоритмиковъ; 3) еще болѣе отличаться должны цифры абацистовъ X—XII в., если они заимствованы у арабовъ, такъ какъ абацисты стоятъ всего дальше отъ первоисточника. Несоотвѣтствіе этого предположенія дѣйствительности будетъ опять таки свидѣтельствовать не въ пользу Индіи, какъ прародины цифръ.

5. Если кромѣ индусской цифровой группы у насъ оказалось бы двѣ отличныя другъ отъ друга цифровыхъ группы, то взаимоотношеніе ихъ должно быть такое, чтобы возможность производить ихъ всѣхъ трехъ, каждую самостоятельно, отъ четвертой была исключена. Однимъ словомъ, индусская должна быть ясно матерью обѣихъ другихъ.

6. Возможность самостоятельнаго возникновенія одинаковыхъ знаковъ въ различныхъ мѣстахъ должна быть исключена.

7. Если бы различіе формъ отдѣльныхъ цифръ у разныхъ народовъ состояло въ различіи положенія цифры, то, какъ и у абацистовъ, это свидѣтельствовало бы о томъ, что цифры въ то время, когда онѣ переходили къ разнымъ народамъ, еще были написаны на свободныхъ неприкрѣпленныхъ жетонахъ, которые въ разныхъ мѣстахъ могли различнымъ образомъ ложиться, а это свидѣтельствовало бы въ свою очередь о томъ, что цифры сдѣлались достояніемъ различныхъ народовъ еще въ инструментальную стадію развитія нашей ариметики. Это было бы опять не въ пользу Индіи, такъ

какъ, по свидѣтельству арабовъ, цифры выводятся изъ Индіи вмѣстѣ съ нашей писчей ариѳметикой, а не до нея.

Изъ пункта 6 вытекаетъ порядокъ разсмотрѣнія. Мы начнемъ не съ единицы, потому что формы 1, 2, 3, 4 и даже 5 могли возникнуть независимо другъ отъ друга и въ разныхъ мѣстахъ, какъ это мы показали въ предыдущей главѣ, изъ общихъ условій вѣроятнаго происхожденія этихъ знаковъ. Не могли появиться самостоятельно въ одинаковомъ видѣ сложныя и условныя формы чиселъ сверхъ пяти, а именно 1, 2, 3, 4 сверхъ пяти, т. е. 6, 7, 8, 9. Здѣсь возможность различныхъ комбинацій такова, что самостоятельное возникновеніе сходныхъ знаковъ совершенно исключено. Только 6, 7, 8, 9 и 0 мы считаемъ дѣйствительно характерными для сужденія о происхожденіи различныхъ цифровыхъ группъ.

Но приступимъ къ таблицѣ № 2. При взглядѣ на нее мы сразу видимъ, что мы имѣемъ дѣло съ тремя цифровыми группами: 1) крайней восточной или индусской, 2) средней или восточно-арабской, 3) западной, въ которую входятъ: а) абацисты, б) западные арабы (гобаръ), в) алгоритмики.

Materials for the composition of table № 2.
Матерьялы для составленія таблицы № 2.

Матерьялы для цифръ Гобаръ или западныхъ арабовъ.

Знаки Гобаръ для насъ чрезвычайно важны, такъ какъ они очень сходны со знаками абацистовъ и алыгоритмиковъ. Будучи арабскими, они однако кореннымъ образомъ отличаются отъ другихъ арабскихъ знаковъ, которые были распространены на востокъ. Одинъ изъ арабскихъ авторовъ IX в. ясно подчеркиваетъ это различіе и употребленіе однихъ на востокъ, а другихъ на западъ (см. ниже стр. 107). Но, къ несчастью, точность нашихъ, или, по крайней мѣрѣ, моихъ свѣдѣній о нихъ далеко этой важности не соответствуетъ. Хронологія тѣхъ документовъ, которые будутъ приведены ниже, остается для меня неясной. Можетъ быть, статья Woerpcke въ *Journal Asiatic*, 1862, fevr.-mars, на которую онъ для описанія нѣкоторыхъ приводимыхъ имъ рукописей ссылается (*Journ. As.* 1863 6 serie t. I, p. 57), и даетъ нужное, но у меня въ Кіевѣ ея подъ руками не оказалось. Повидимому, для такихъ столѣтій, какъ IX, X, XI документовъ съ цифрами Гобаръ не имѣется. Несомнѣнно однако, что это чисто арабскія тоже цифры и уже, конечно, нельзя думать, чтобы арабы XIII—XV столѣтій заимствовали ихъ у абацистовъ XI—XII вѣковъ, такъ какъ

они въ то время не имѣли для этого никакихъ основаній. Абакъ умираетъ, вытѣсняемый писчей ариѳметикой, которая, конечно, должна была имѣть свои цифры и заимствовать ихъ у абака ей было бы поздно. Если Гобаръ и происходитъ, можетъ быть, отъ цифръ абацистовъ, то это заимствованіе арабы могли сдѣлать только вмѣстѣ съ абаконъ, т. е. до появленія у нихъ въ концѣ VIII и въ IX в. писчей ариѳметики. Усвоивъ послѣднюю, западные арабы могли удержать знакомыя имъ цифры абацистовъ, приспособивъ ихъ къ скорописи.

Вотъ матерьялы для Гобара:

1. Paris Bibl. Nat. Supplém. arabe № 1912, прежде S. Germain des Prés № 334. Котораго столѣтія? *Silvestre de Sacy*, Grammaire arabe (1810), t. I planche VIII;—*Gebhard*, Ueber die Entstehung und Ausbreitung der dek. Zahlensyst., pp. 8, 10 (присынокъ);—*Pihan*, Exposé des signes de numération, Paris 1860, p. 208;—*Hankel*, Zur Gesch. d. Math. (1864), p. 326;—*Treutlein*, Gesch. u. Zahlz. табл. № 25.

2. Парижская рукопись арабская (какой номеръ и котораго вѣка?). *Woepcke*, Mémoire sur la propagation des chiffres indiens (Journal Asiatic, 6 serie, t. I, 1863) p. 75;—*Treutlein*, ibid. табл. № 29.

3. Парижская рукопись, заключающая въ себѣ комментарий Хоссейна бенъ Мохамеда Альмахалли на трактатъ Абдулкадиръ Алсакхави. *Woepcke*, ibid. p. 63;—*Friedlein*, Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer und des christlichen Abendlandes vom 7 bis 13 Jahrhundert, Erlangen 1869, Taf. 5;—*Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz., табл. № 28.—Тутъ подчеркнуто различіе восточныхъ и западныхъ (гобаръ) арабскихъ цифръ.

4. Парижская рукопись, заключающаяся въ себѣ комментарий Али бенъ Аби Беккръ бенъ Алдья-

малъ Алансари Алмекки на трактатъ о счетѣ письменномъ (гобаръ, въ отличіе отъ головнаго), озаглавленный Альмуршидахъ. *Woerpcke*, *ibid.* p. 67;—*Treutlein*, *ibid.* № 28.

5. Парижская рукопись anc. fonds arabe № 1134, заключающая въ себѣ комментарий на Талькхисъ сочиненія ибнъ Альбанна. Авторъ комментарія, Алькаласади, жилъ въ XV вѣкѣ. *Woerpcke*, *ibid.* p. 62 (сравни *Journ. As.* 1854 t. IV, pp. 354, 360 статью того же *Woerpcke*, *Recherches sur l'histoire des sciences mathematiques chez les orientaux*);—*Hankel*, *Zur Gesch. d. Math.* p. 326 (съ невѣрной ссылкой на *Woerpcke* p. 75);—*Friedlein*, *Die Zahlzeichen*, Taf. 5.

Древность существованія гобара едва ли не лучше всего доказывается сочиненіемъ *Algorithmi*, De numero Indorum, въ которомъ видятъ переводъ сочиненія арабскаго математика Альхваризми (см. Арием. самот. европ. культ. стр. 1, гл. 1). Оно

Ц и Ф Р

Современныя цифры.	1	2	3	4
№ 1. Парижск. рук. 1912 арабск.				
по Гергарду . . .	I Aab	I Aab	I Bcd	I Aab
„ Villicus . . .		I Bab		I Cab
„ Treutlein . .				
№ 2. Другая парижск. рук. . . .	I Aab	I Cab	I Acd	I Dab
№ 3. Третья парижск. рук. . . .	I Aab	I Aab	I Ccd	I Bab
№ 4. Четвертая парижск. рук. . . .	I Aab	I Aab	I Ccd	I Dab
№ 5. Пятая парижск. рук.	I Aab	I Bab	I Ccd	I Dab

напечатано Trattati d'Aritmetica pubblicati da Bald. Boncompagni, Roma 1857, p. 1 и слѣд. Алгоритми не даетъ формы знаковъ, но говоритъ, что цифры 5, 6, 7, 8 не вездѣ одинаково изображались (Tratt. d'Ar. p. 1: fit autem diversitas in figura quinte littere et sexte, septime quoque et octave), а какъ разъ въ формѣ этихъ цифръ болѣе всего разнятся гобаръ и восточноарабскія. Сравни ниже (стр. 108) въ цифрахъ алгоритмиковъ, что сказано объ Іоаннѣ Севильскомъ XII в.

Въ XIV вѣкѣ переписчикъ сочиненія Максима Планудеса, написавшій венеціанскую рукопись № 303, замѣнилъ восточноарабскія цифры своего оригинала цифрами Гобаръ. См. о восточно-арабскихъ цифрахъ ниже стр. 117 и слѣд.

Указанные выше писатели даютъ каждый слѣдующія формы цифръ (на табл. № 2 отд. I):

Г О Б А Р Ъ.

5	6	7	8	9	0
Ааб Заб	I Dab I Aab	I Bab I Cab	I Aab I Bab	I Aab	I B I D
Ааб	I Aab	I Aab	I Cab	I Aab	I A
Заб	I Aab	I Dab	I Aab	I Aab	нѣтъ
Заб	I Aab	I Aab	I Dab	I Aab	нѣтъ
Ааб	I Aab	I Aab	I Bab	I Aab	нѣтъ

Матерьялы для цифръ алгоритмиковъ.

Алгоритмъ есть испорченное арабское Альхваризмъ (см. выше стр. 106). Поэтому подъ алгоритмиками слѣдуетъ разумѣть людей, которые не знали настоящей формы этого названія, т. е. другими словами не арабовъ, а тѣхъ христіанскихъ писателей Европы, которые, начиная съ середины XII, излагаютъ писчую (не инструментальную—абакъ) ариѣметику полатыни и употребляютъ цифры, признаваемые ими за арабскія. Никакихъ специальныхъ названій для цифръ въ родѣ тѣхъ, которыя съ удовольствіемъ употребляли абацисты и въ которыхъ нѣкоторые усматривали специально арабскія слова, имъ извѣстно не было.

Документы представлены очень богато и многіе изъ нихъ точно датированы. Я полагаю, что мнѣ удалось составить весьма полный и въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ совершенно новый перечень. Послѣ цифръ абацистовъ это второй отдѣлъ, гдѣ я опираюсь и на собственныя разысканія.

1. Іоаннъ Севильскій, литературная дѣятельность котораго проходитъ между 1130—1150 г. въ Испаніи, въ своей обработкѣ сочиненія Альхваризми (*liber alghoarizmi de practica arismetice*) указываетъ варианты къ формамъ четверки и семерки.— Изданъ въ *Trattati d'aritmetica pubblicati da Baldassare Boncampagni*, Roma, 1857 pp. 25 sqq. (см. здѣсь р. 28);—*Friedlein*, *Die Zahlzeichen*, Taf 5;—*Treutlein*, *Gesch. uns. Zahlz.* табл. № 30.

Одна изъ формъ для семи, указываемыхъ Иоанномъ (табл. № 2, II Gab.), есть несомнѣнно алгоритмическая, другая (табл. № 2, III Dcd) зато несомнѣнно восточноарабская. Указанная форма для 4 восточноарабская (табл. № 2, III H bc). Третья форма для семи загадочная (табл. № 2, III Lab). Сравни выше стр. 107 приведенное мѣсто „Algorithmi“.

2. Wien 275 s. XII fol. 27 v. Анонимный алгоритмъ не позднѣе 1143 года. См. *Nagl. Ueber eine Algorismus-schrift des XII Jahrhunderts* (Zeitschr. f. Math. t. XXXIV, 1889, ne Supplement!, Hist. liter. Abth. pp. 129, 130, таблица VII).

3. München 13021 s. XII fol. 27. Анонимный алгоритмъ не позднѣе 1163—1168 гг. См. *Max. Curtze, Ueber eine Algorismus-schrift des XII Jahrh.* (Abhandlungen zur Gesch. d. Math. VIII; 1898, p. 18).

4. Дата 1185 (скорѣе, по моему, 1189) на сводѣ древняго замка въ Murguet, comm. Costelnaud Cant. Caucon, arr. Villeneuve sur Lot. См. *M. Campagne, De l'emploi des chiffres dits arabes au moyen âge*, Agen 1904, pp. 10, 26, 27. Что цифры алгоритмическія извѣстны въ XII вѣкѣ, это уже давно не новость. Вопросъ только въ томъ, могли ли онѣ быть употребляемы для обозначенія годовъ, и это заставляетъ насъ приводить эту дату тутъ съ оговоркой.

5. Зальцбургская рукопись XII в. Archiv der Ges. f. alt. deutsche Gesch., V, p. 160;—*Friedlein, Gerbert, Taf. VI*;—*Friedlein, Die Zahlzeichen, Taf. 5*;—*Gundermann, Zahlzeichen, p. 8*.

6. Регенсбургская рукопись XII в., цитируемая *Gundermann, Zahlzeichen, p. 8*.

7. Иоаннъ Сакробоско (Holywood), парижскій схоластикъ XIII в., ум. 1256, въ Tractatus de arte numeraria или Algorismus domini Ioannis de Sacro-

bosco. См. *Wallis*, Opera Mathematica, Oxoniae, 1693, in fol. p. 10.—*Montucla*, Histoire des mathematiques, 1758, tab. IV.—*Halliwel*, Rara Math., 1839, гдѣ онъ напечатанъ.—*Treutlein*, Gesch. u. Zahlz., табл. № 11;—*Villicus*, Das Zahlenwesen der Völker im Alterthume (Jahresbericht der K. K. Staats—Realschule am Schottenfelde, Wien, 1880), p. 22;—*Villicus*, Gesch. der Rechekunst von Alterthume bis zum XVIII Jahrh, Wien 1897.—*Max. Curtze* вновь его издалъ (но безъ изображенія цифръ) въ Petri Philomeni de Dacia, comm. in algorismum Ioannis de Sacrobosco, Haunia 1897.

8. *Рожеръ Баконъ* въ такъ называемомъ *Rogeri Baconis Calendarium* (1292).—См. *Ward* въ Philosophical Transactions XXXIX (1735, 1736) p. 127, который ссылается на *Dav. Casley*, Cat. of the Mss. of the Kings library. Баконъ умеръ 1292—94.

9. Камень съ датой 1261 г., открытый въ 1898 въ Escages près Gontaud (Lot-et-Garonne).—*Maurice Campagne*, De l'emploi des chiffres dits arabes, 1904, впереди книги (ср. p. 10).

10. Paris Bibl. Nat. 7198 fol. 8 до 1271 г.—*Natalis de Wailly*, Elém. de Paléographie II, Paris 1838, p. 256 pl.—*Hankel*, Zur Gesch. d. Math. p. 325.

11. Ганноверская рукопись XIII в., заключающая въ себѣ анонимный алгоритмъ (была у Лейбница).—*Gebhardt*, Ueber die Entstehung und Ausbr. d. dek. Zahlensyst. pp. 28—35.

12. Berlin lat. in fol. № 307 s. XIII.—*Friedlein*, Gerbert, Taf. VI.

13. Siena N (?) s. XIII.—*Gundermann*, Zahlzeichen, p. 8.

14. Алгоритмъ XIII в., приводимый *Mannert* омъ, Miscell., p. 83.—*Friedlein*, Die Zahlzeichen, Taf; 5 — *Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz., табл. № 10;—*Villicus*, Die Gesch. der Rechenkunst, p. 112.

15. „Sigmargn. a. 1303“. По этимъ таинственнымъ названіемъ приведены цифры у *Gundermann'a*, *Zahlzeichen*, p. 8.

16. Jean de Murs (Johannes de Muris, былъ еще живъ въ 1345, 1351 г.), докторъ Сорбонны и парижскій каноникъ. См. *Alfr. Nagl*, *Das Quadripartitum des Ioannes de Muris und das praktische Rechnen im vierzehnten Jahr.* (*Zeitschr. f. Math.*, XXXIV, 1890, Suppl., p. 139 № 3).

17. Cod. S. Petri Juvaviensis V-a 7 fol. 124 v. = Зальцбургская рук. около 1350 г. — *Treutlein*, *Gesch. uns. Zahlz.*, табл. № 8.

18. Цифры Петрарки. Дата 1355, вписанная рукой Петрарки въ рукопись Августина XI в., находящуюся въ парижской библіотекѣ — *Mabillon*, *De re diplomatica*, *Lutetiae Parisiorum*, 1681, fol., p. 368, 369.

19. Paris lat. 7277 fol. 1 v. (послѣ 1367 г.) — *Nat. de Wailly*, *Eléments de Paléographie* II p. 256; — *Hankel*, *Zur Gesch. d. Math.*, p. 325; — *Treutlein*, *Gesch. uns. Zahlz.*, табл. № 7.

20. Erlangen 378, s. XIV (?). — *Friedlein*, *Die Zahlz.*, Taf. 5; — *Villicus*, *Gesch. d. Rechenkunst*, p. 112.

21. Paris lat. 7295 fol. 86 v. *Nat. de Wailly*, *Elém. de Paléogr.*, II 256; — *Hankel*, p. 325.

22. Paris, cod. S. Germain № 531. Дата 1454, 17 сент. — *Mabillon*, *De re diplomatica*, 1681, p. 372 (tab. XV № 11).

23. Heidelberg (рукопись?) XV в. Такъ приводитъ ссылку *Gundermann*, p. 8!

Формы цифръ у cadaго изъ приведенныхъ номеровъ укажетъ слѣдующая таблица. Гдѣ въ ней поставлено нѣсколько капитальныхъ буквъ, ссылающихся на вертикальныя колонны табл. № 2, тамъ форма цифры колеблется между нѣсколькими типами.

Современныя цифры.	1	2	3	4
1. Иоаннъ Севильск. XII в.				
2. Анонимъ вѣнск. рук. 275 XII в. .	II BAb	II Acd	II Kab	II AFc
3. Анон. мюнх. р. 13021, XII в. . .	II BAb	II Dcd	II Kab, Hcd	II Bda
4. Дата 1189 (1185; см. 9)	II Aab			
5. Зальцб. рук. XII в.	II Hab	II Ecd	II Hcd	II CFd
6. Регенсб. рук. XII в.	II Gab	II Aab	II K, L, Mab	II Gda
7. Иоаннъ Сакробоско XIII в.	II ABab	II Bcd	II Hcd, Kcd	II Fda
8. Рож. Баконъ XIII в.	II Aab	II Aab	II Hcd	II Cda
9. Дата 1261 г.	II Aab	II BCcd		
10. Парижск. рук. 7198, XIII в.	II Aab	II E, F, Gab	II Hcd	II Gda
11. Ганнов. рук., XIII в.	II Dab	II Acd	II GJcd	II Eda
12. Берл. рук. 307, XIII в.	II DGab	II Abc	II Hcd, II Ada	II Hda
13. Съенск. рук., XIII в.	II Bab	II ab	II Aab	II Abc

5	6	7	8	9	0
		II Gab			Вездѣ форма табл. № 2, II А.
II Aab	II Aab	II Dab	II Aab	II Aab	
II Aab	II Aab	II Fab	II Bab	II Dab	
			II Aab	II Jab	
II Jab	II Cab	II Aab	II Cab	II Cab	
I D, Fab	II Bab	II Aab	II Aab	II Gab	
II Gab	II Aab	II Cab	II Bab	II Bab	
II Hab	II Aab	II Aab	II Aab	II Aab	
	II Aab				
II Eab	II Aab	II Aab	II Bab	II Aab	
II Bab	II Cab	II Bab	II Aab	II Aab	
I Mab	II Acd	II Acd	II Aab	II Aab	
II Fab	II Bab	II Dab	II Bab	II Fab	

Современныя цифры.	1	2	3	4
14. Анон. XIII в. . . .	II Dab	II BCed	II BCed	II Kda
15. Sigmargn (?) а. 1303	II Bab	II Dab	II H, Acd	II Cda
16. Jean de Murs, XIV в.	II Aab	II Ccd	II Hcd	II Cda
17. Зальцб. рук. Va 7, XIV в.	II Bab	II Aab	II Ecd	II Jda
18. Петрарка (дата 1355)	II Gab		II Hcd	
19. Пар. рук. 7277 (кон. XIV в.) . . .	II Cab	II Aab	II Ecd	II Cda
20. Эрланг. рукоп., XIV (?)	II Gab	II Bab	II Bcd	II Fda
21. Пар. р. 7295 . . .	II Aab	II Bcd	II Hcd	II Dda
22. Парижск. рук. S. Germain 531 (дата 1454)	II Eab			II Cda
23. Гейделб. р. XV в.	II Bab	II Ccd	II Fcd	II Mda
Печатн. книги XVI в.:				
24. Marg. Phil. . . .	II Fab	II Gab	II Dcd	II Lda
26. Ad. Ryse	II Bab	II BCed	II Hcd	II Mda

5	6	7	8	9	0
II Hab	II CDab	II Kab	II Bab	II CDab	Вездѣ форма табл. № 2, II A.
II Aab	II Bab	II LMaб	II Bab	II Gaб	
II Aab	II Aab	II Aab	II Aab	II Gaб	
II Aab	II Aab	II Aab	II Aab	II Aab	
II Gab					
II Cab	II Bab	II Hab	II Bab	II Dab	
II Eab	II Dab	II Jab	II Aab	II Dab	
II Gab	II Aab	II Hab	II Aab	II Dab	
II Eab		II Aab			
II Lab	II Aab	II Eab	II Bab	II Dab	
II Kab	II Aab	II Eab	II Aab	II Gaб	
II Kab	II Aab	II Eab	II Aab	II Hab	

Далѣе идутъ уже знаки печатныхъ книгъ:

24. *Margarita Philosophica*, 1508, — *Friedlein*, *Zahlzeichen*, Taf. 5; — *Treutlein*, *Gesch. uns. Zahlz.*, табл. № 5.

25. *Dürer*. *Underweysung d. messung mit der Zirckel und richtscheyt*, Nürnberg 1525. — *Hankel*, p. 325; — *Treutlein*, *Gesch. uns. Zahlz.*; табл. № 4.

26. Adam Ryse, 1550, — *Villicus* *Gesch. d. Rechenk.* p. 112.

27. Наши современные цифры.



Materials for the East Arabian Numerals.
Матерьялы для восточноарабскихъ цифръ.

Какъ изображали арабы цифры до появленія у нихъ въ VIII и IX вв. особаго рода знаковъ, пришедшихъ, по ихъ мнѣнію, къ нимъ съ Востока, изъ Индіи, это насъ здѣсь не касается, такъ какъ между ихъ прежними способами изображенія цифръ (греческія, арабскія буквы и т. п.) и новымъ нѣтъ ровно ничего общаго. Для этихъ же новыхъ знаковъ мы имѣемъ слѣдующіе документы.

1. Дата 260 (въ переводѣ на годы отъ Р. Х. = 873 г.) въ арабскомъ документѣ IX вѣка. См. замѣтку *Karabaček'a* въ *Führer durch die Papyrus Ausstellung Erzherzog Rainer*, Wien 1894, n. 798, p. 216.

2. Дата 275, въ переводѣ на наше лѣтосчисленіе 888/9 послѣ Р. Х., въ арабскомъ документѣ IX в. См. *Karabaček*, *Wiener Zeitschrift für die Kunde des Morgenlandes* t. XI, 1897, p. 13.

3. Арабская рукопись, написанная въ 969—972 году, въ Ширазѣ, въ Персіи, находится въ Парижѣ „№ 952 bis du Supplément arabe de la Bibl. Imperiale“ (Woepcke, теперь Bibl. Nat.). Здѣсь помѣщенъ анонимный трактатъ объ образованіи сторонъ прямоугольныхъ треугольниковъ въ цѣлыхъ числахъ. Вездѣ въ немъ употребляется числовой алфавитъ для выраженія чиселъ. Только числа таблицы въ концѣ трактата (въ печати in quarto 3 страницы) выражены т. н. арабскими цифрами. Если онѣ

и не принадлежать, можетъ быть, автору, то были извѣстны переписчику между 969—972 гг. и онъ предпочелъ пустить въ ходъ ихъ. Эти циффы см. *Woerpcke*, *Mém. sur la propagation des chiffres indiens* (*Journ. Asiat*, 6 serie, t. I, 1863, p. 75). Трактастъ изданъ въ переводѣ и съ примѣчаніями тѣмъ же *Woerpcke*, *Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise* въ *Atti dell' Accademia Pontificia de Nuovi Lincei*, *Sessione 2a del 13 Gennaio 1861*, vol. XIV и отдѣльно, Rome 1861, première partie, t. III, pp. 3—34. Здѣсь финальная таблица уже выражена знаками нашего типа. См. подробности о рукописи здѣсь p. 8 (obs. 3), pp. 24—26. *Friedlein*, *Die Zahlz. Taf.* 5 приводитъ только циффы, не сообщая подробностей о рукописи. Тоже *Villicus*, *Gesch. d. Rech.* p. 112 (съ нев. цитатой „*Woerpcke* II 75“).

4. Дата 378 въ арабскомъ документѣ = въ переводѣ на наше лѣтосчисленіе 988/989 гг. н. Р. X. См. *Karabaček*, *Wiener Zeitschr. für die Kunde des Morgenlandes*, t. X, pp. 187 и 188. Дешифровка Карабачека очень остроумна и результаты очень важны.

5. Рукопись „Amplonian. XII—XIII ss.“ (= въ Erfurth'ѣ?), приведенная не точнѣ этого у *Gundermann'a*, *Die Zahlz.*, p. 8.

6. Берлинская рукопись XII—XIII вв., приведенная не точнѣ этого *Gundermann* p. 8.

7. Максимъ Планудесъ, монахъ изъ Никоидіи, былъ въ византійскомъ посольствѣ въ Венеціи въ 1327 г., жилъ еще 1352. Авторъ труда „*ψηφοφορία хат' Ἰνδοῦς ἡ λεγομένη μεγάλη*“.

Съ этимъ сочиненіемъ произошелъ курьезный инцидентъ, который ставитъ вопросъ, какія циффы употреблялъ Планудесъ, циффы ли абацистовъ, которые на основаніи эксцерпта изъ него XIV в.

приводить *Friedlein*, Gerbert, Taf. VI, или Гобаръ, которые даютъ изъ венеціанской рукописи N 303 *d'Anse de Villoison*, Anecdota Graeca, t. II, Venet., 1782, p. 152 и за нимъ (очевидно) *Friedlein*, Gerbert, Taf. VI, или же, наконецъ, восточноарабскія. Вопросъ этотъ безповоротно рѣшается рукописями въ пользу восточноарабскихъ, а потому надо допустить, что переписчикъ венеціанской рукописи 303 предпочелъ замѣнить восточноарабскія цифры въ трактатѣ болѣе ему привычными цифрами Гобаръ, а составитель экскерпта, очевидно, любитель археологій, вспомнилъ въ XIV вѣкѣ архаичныя въ его время цифры абацистовъ. Восточноарабскія цифры нашли въ нѣсколькихъ рукописяхъ Максима новѣйшіе ученые:

а) *Wallis* (Wallisius), Opera Math., Oxoniae, 1693, fol., I p. 48, II p. 10 нашелъ въ двухъ рукописяхъ Bodleian Library въ Оксфордѣ цифры, которыя онъ въ его время называлъ просто арабскими, а мы, видя у него ихъ изображенія, послѣ розысканій Воерске должны называть восточноарабскими. Повторены изъ *Wallis'a* въ Philosophical Transactions t. XXXIX (1735, 1736) n. 432 tab. II;—*Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz., табл. n. 31 а.

б) *Weidler*, De characteribus numerorum vulgaribus, Witemb., 1727, p. 16 приводитъ рукопись той же Bodleian Library, Cromwell n. 297, s. XIV, и изъ нея цифры, нѣсколько отличающіяся отъ приведенныхъ Валлисомъ, что, впрочемъ, не исключаетъ возможности, что его рукопись есть одна изъ двухъ, упомянутыхъ Валлисомъ. Послѣдній могъ слѣдовать одной изъ нихъ.

с) *d'Anse de Villoison*, Anecdota Graeca, II, 1782, p. 152 даетъ знаки венеціанской рукописи 323, которые оказываются восточноарабскими;—за

нимъ:—*Friedlein*, Gerbert, Taf. VI;—*Cantor*, Math. Beitr. fig. 17.

d) *Kircherus*, Arithmologia, Romae 1663, p. 46 тѣже знаки изъ какой то ватиканской рукописи.

e) *Woepcke*, Sur l'introduction de l'arithmétique indienne en occident, Rome 1859, p. 20 даетъ вост. ар. знаки изъ трехъ парижскихъ рукописей Планудеса Bibl. Nat. 2382, 2428, 2509.

f) *C. I. Gerhardt* въ изданномъ имъ сочиненіи Максима (Das Rechenbuch des Max. Planudes. Halle 1865 p. 1) даетъ восточноарабскія цифры, а онъ пользовался двумя парижскими рукописями и упоминаетъ еще третью. Номеровъ, увы, не приводитъ (!), но, должно быть, это рукописи, приведенныя Воерске. Ср. тутъ p. III n. 2 о воображаемомъ различіи знаковъ у Максима.

8. Неофитъ, тоже византійскій монахъ XIV в., авторъ схолія подъ заглавіемъ: „объ индусскихъ числахъ“ (Ἀριθμοὶ Ἰνδοί).

a) *Alex. Humboldt* напечаталъ этотъ схолій въ Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik, t. IV, 1829 p. 227 въ латинскомъ переводѣ (изъ какой рукописи оригиналъ?). — Откуда *Gebhardt*, Études sur l'arithm. de position, p. 19.—*Friedlein* Gerbert, tab. VI.—*Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz., табл. n. 32.

b) *A. Boeckh* (De numeris Graecorum), въ Index lectionum, quae auspiciis regis Friderici Guilelmi Quarti in Universitate Litteraria Fr. Guil. per semetre aestivum a. MDCCC XII a die XIX M. Aprilis instituentur, Berolini (1841), p. VIII n. 10 печатаетъ схолій въ греческомъ оригиналѣ, на основаніи копій съ рукописей Gr. Reg. Paris 1928 fol. 15, и Gr. Reg. 2350 (тоже Paris?).

9. Комментарій Али бенъ Аби Беккръ бенъ Алдьямалъ Алесандри Алмекки на трактатъ вычи-

сленія гобаръ (т. е. письменнаго, въ противоположность головному), озаглавленный „Алмуршидахъ“. Какого вѣка? (см. выше стр. 105, 106). *Woerpcke*, Mém. sur la propagation des chiffres indiens, (Journ. As. Serie 6, I, 1863) p. 66.—*Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz. табл. n. 26.

10. Комментарій Хосайна бенъ Мохаммедъ Альмахалли на ариѳметическій трактатъ Абдулкадиръ Альсахави. Котораго вѣка (см. выше стр. 105)? *Woerpcke*, ibid. p. 63.—*Treutlein*, табл. n. 26.

11. Такъ называемыя персидскія цифры XVII в. оказываются тоже восточноарабскими, что при знаніи исторіи и наличности арабской рукописи, написанной въ Ширазѣ (см. выше стр. 118), не можетъ удивлять. —*Weidler*, De characteribus numerorum, p. 26 и p. 8 приводитъ ихъ съ ссылкой на *Ad. Olearius*, Itinerarium Persicum p. 617 (Олеарій—Oelschläger, извѣстный путешественникъ по Московіи, Татаріи и Персіи, начиная съ 1633 г., издавшій свой трудъ въ 1647 Schleswig, отмѣтилъ, конечно, цифры XVII в.). —*Gebhardt*, Études hist. sur l'ar. de position, p. 9, безъ указанія источника.

12. Цифры, которыми пользуются современные арабы, оказываются тоже восточноарабскими.—*Silvestre de Sacy*, Grammaire Ar. t. I, cap. VIII.—*Gebhardt*, Ueber die Entsteh. und Ausbr. d. dek. Zahlens., p. 16.—*Pihan*, Exposé des signes de numer., p. 207; —*Friedlein*, Die Zahlz. Tab. 5; —*Treutlein*, Gesch. uns. Zahlz., таб. n. 24.—*Villicus*, Gesch. der Rechenk., p. 112.

Вотъ формы цифръ, которыя мы находимъ въ указанныхъ только что двѣнадцати источникахъ.

Современныя цифры.	1	2	3	4
1. Дата 260=873 по Р. X.		III Bed		
2. Дата 275 = 888/9 по Р. X.		III Ccd		
3. Ширазская руко- пись X в.	III Aab	III Acd	III Acd	III Fbc
4. Дата 378 = 988/9 по Р. X.			III Kda	
5. Эрф. рук. XII— XIII в.	III Dab	III Abc	III E(D)da	III Cat
6. Берл. рук. XII— XII в.	III Cab	III Lbc	III Lda	III Hb
7. Максимъ Плану- десъ XIV в.				
a. Wallis	III Aab	III Abc	III Ada	III Lb
b. Weidler	III Aab	III Bbc	III Ada	III Aa
c. Kircherus	III Aab	III Abc	III Ada	III Kb
d. Woepcke	III Aab	III Dbc	III Cda	III G(C)
e. Gerhardt	III Aab	III Abc	III Ada	III Bb
8. Неофитъ XIV в.				
a. Humbold	III Aab	III Ebc	III Cda	III Hb
b. Boeckh	III Aab	III Ebc	III Bda	III Hb
9. Комм. Алмеки	III Aab	III Fbc	III Ada	III Ba
10. Комм. Альмахалли	III A(B)ab	III Abc	III Ada	III Ba
11. Персидскія (Gerh., Weidler)	III Bab	III Cbc	III Bda	III D(E)
12. Совр. восточно-ар. Cantor I ² 662, Villi- cus, p. 112	III Bab	III Aab	III Bda	III Ba

Gebhardt, передающій цифры Неофита по III Hbc, а только мало чѣмъ отличающуюся III I

5	6	7	8	9	0
	III Ccd				III B
Fab		III Bed			
Bab	III Dcd	III Acd	III Cab	III Aab	III A
		III Acd	III Dab		
Hab	III Ecd	III Acd	III Eab	III Dab	III A
Hab	III Fcd	III Ccd	III Aab	III Aab	III A
Aab	III Acd	III Acd	III Dab	III Bab	III A
Aab	III Acd	III Acd	III Dab	III Bab	III A
Jab	III Acd	III Acd	III Dab	III Bab	III A
Eab	III Bed	III Acd	III Bab	III Bab	III A
Cab	III Acd	III Acd	III Dab	III Bab	III A
Lab	III Hcd	III Acd	III Dab	III Aab	III A
Lab	III Gcd	III Acd	III Dab	III Aab	III A
Gab	III Acd	III Acd	III Dab	III Cab	
Lab	III Acd	III Acd	III Cab	III Cab	
(K)ab	III Acd	III Acd	III Dab	III Cab	III B
Lab	III Acd	III Acd	III CDab	III Cab	III B
Acd					

, дать почему то для 4 форму, похожую не на

Materials for the History of Numerals
Матерьялы для индусскихъ цифръ.

Матерьяла для такой громадной страны, съ такой длинной культурной исторіей, какъ Индія, должно быть, конечно, много. Количество его однако нисколько не облегчаетъ оріентировки гдѣ бы то ни было, а особенно въ вопросѣ о знакахъ, да еще въ такой отдаленной и чуждой намъ по своей исторіи и цивилизаціи странѣ. Матерьялъ разбросанъ на громадной территоріи, у разнаго рода народовъ Индостана и сосѣднихъ странъ, которыхъ самое названіе намъ неспеціалистамъ почти неизвѣстно, въ различныя эпохи, историческое значеніе и хронологія которыхъ тоже для насъ загадка. Одолѣть такую задачу не въ моихъ силахъ и средствахъ, да и не входитъ въ мои планы. Мнѣ собственно нужно только установить рядъ формъ для индусскихъ цифръ въ хронологической послѣдовательности съ возможно древнѣйшихъ временъ хотя бы до того времени, когда индусскія будто бы цифры перешли къ арабамъ, т. е. до VIII и IX вѣковъ. Это оказывается, благодаря нѣкоторымъ пособіямъ, еще гораздо легче, чѣмъ увѣровать въ тѣ разныя теоріи и системы происхожденія индусскихъ цифръ, которыя намъ со всѣхъ сторонъ преподносятся и которыя роскошной фантастичностью и причудливостью своихъ очертаній вполнѣ подстать этой тропической странѣ. Научнаго въ нихъ, смѣю думать, мало, тѣмъ болѣе, что и за

постройку этихъ теорій берутся не одни только вышколенные исторической наукой ученые, которыхъ однихъ это, повидимому, должно было бы касаться, а еще и математики и путешественники и разнаго рода другіе „свѣжіе“ умы, при чемъ „свѣжесть“, увы, далеко оказывается не столь цѣннымъ въ данномъ дѣлѣ качествомъ. Но относительно формы то цифръ и хронологіи этихъ формъ сообщено много цѣннаго съ разныхъ сторонъ. Для Индіи я сдѣлаю исключеніе изъ моего правила и, въ виду традиціоннаго, или, что еще того хуже, предполагаемаго по привычкѣ значенія этой страны для нашихъ цифръ, приму въ соображеніе не только формы того времени, когда было 9 цифръ со значеніемъ по положенію и нулемъ, но и той эпохи, когда никакого значенія по положенію и нуля еще не было и цифръ было гораздо болѣе 9. Оказывается, что и для такихъ гениальныхъ людей, какъ индусы, такое время, увы, было и, что еще того непріятнѣе, значеніе по положенію въ ихъ письменной ариметикѣ едва ли древнѣе V—VIII вв. послѣ (!) Р. Х. ¹

1. Цифры въ Индіи до значенія ихъ по положенію.

Передъ перспективой вращаться въ индѣйскихъ странахъ да еще въ такія отдаленныя времена, какъ первыя пять столѣтій нашей эры и вѣка до нея, передъ задачей собрать и систематизировать страшно разбросанный по литературнымъ медвѣжьимъ угламъ и захолустьямъ цифровой матеріалъ, можно было бы опустить безпомощно руки или поставить передъ ней ничего не говорящую ширму словеснаго перехода къ очереднымъ дѣламъ. Не знаю, попалъ ли бы я въ Сциллу или Харибду, если бы не наткнулся на таблицу, составленную

¹ См. выше стр. 89 пр. 3 и ниже стр. 129 прим. 1.

серомъ Е. Clive Bayley, C. S. I., C. J. E. и помѣщенную въ видѣ приложенія къ статьѣ его же „On the genealogy of Modern Numerals“ (The Journal of the Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland, New Series, Vol. XIV, July 1882, pp. 335—376). Составленная еще въ 1882 г., она обставлена такой роскошной библиографіей, которая въ состояніи удовлетворить самаго взыскательнаго эрудита и избавляетъ меня отъ необходимости цитировать кого нибудь другого, кромѣ сэра Bayley, который уже самъ цитируетъ всѣхъ, кого нужно. Остается пожалѣть, что эта таблица, несмотря на свой 25-лѣтній юбилей, не пущена въ ученый оборотъ историками математики, какъ она того заслуживала бы.

За то отъ методы разсужденій г. Bayley вѣтъ поразительной свѣжести. Можно сказать, они далеки отъ „затхлой“ атмосферы школы и это тѣмъ удивительнѣе, что авторъ довольно непринужденно развертываетъ свою ученость отъ Египтянъ, Финикійцевъ, Бактрянъ, черезъ Индію и разныхъ царей Асока, династій Кшатрапа, Гупта, Валабхи, не минуя кстати процитированнаго стиха Гомера, вплоть до самаго Радульфа Ланскаго въ XII вѣкѣ. Основная идея автора, что индусы не сами изобрѣтали свои цифры, а заимствовали ихъ у другихъ народовъ, способна была бы вызвать энтузіазмъ одобренія со стороны тѣхъ, конечно, кто и самъ такъ думаетъ, въ томъ числѣ и отъ меня, но методъ, которымъ добытъ этотъ результатъ, сильно разочаровываетъ. Методъ, свойственный однако не одному Bayley'ю, состоитъ въ простомъ выслѣживаніи у другихъ народовъ знаковъ (будь то гіероглифы, гіератическое письмо, буквы или слоги, или условныя обозначенія), которые походили бы на индускія цифры. Такихъ, особенно, если имъ разрѣшите у

другихъ народовъ быть и не цифрами, а, напимѣръ, вообще письменными знаками, можно найти многое множество. Отсюда создается умственное предположеніе для объявленія индусовъ эклектиками (и не только ихъ однихъ, а и всѣхъ народовъ) въ дѣлѣ цифръ, а отсюда далѣе является заключеніе, что, разъ извѣстные знаки сходны, то они непременно заимствованы. Ошибочность такого заключенія совершенно очевидна. Вѣдь каждый знакъ имѣетъ свою исторію и послѣдовательно измѣняется. Знаки первоначально совершенно различныя въ разныхъ стадіяхъ своей эволюціи сближаются иногда совершенно. Это извѣстно всякому, кто интересовался исторіей письма. Наконецъ, нужно знать самый генезисъ знаковъ, который можетъ быть такимъ, что у различныхъ народовъ совершенно независимо другъ отъ друга изъ общаго всѣмъ имъ самаго элементарнаго обозначенія первыхъ чиселъ, напимѣръ, палочками, развиваются обязательно сходные знаки. Сходство у многихъ народовъ знака для единицы не доказываетъ, конечно, заимствованія. Я беру на себя смѣлость утверждать, что изъ двухъ или трехъ рядомъ или одна надъ другой поставленныхъ параллельно палочекъ не могли у разныхъ народовъ путемъ приспособленія къ скорописи образоваться другіе знаки, кромѣ сходныхъ. Пока не выясненъ методъ образованія знаковъ, ихъ сходство ничего не доказываетъ. Но обыкновенно это упускаютъ изъ виду, и радостное ощущеніе при видѣ сходныхъ знаковъ заглушаетъ протесты палеографіи и здраваго смысла. Потому и нѣтъ народа на востокѣ, у котораго индусы бы не заимствовали своихъ цифръ, по теоріямъ ученыхъ, конечно, а не въ дѣйствительности. Bayley въ частности различаетъ у нихъ въ хронологическомъ (даже!) порядкѣ заимствованія прежде всего у финикійцевъ,

потомъ изъ бактрійскихъ числительныхъ, потомъ изъ бактрійскихъ буквъ, потомъ у египтянъ понемножку изъ гіероглифовъ, понемножку изъ гіератическаго письма, и т. подобное. Задача Bayley въ розысканіи сходныхъ знаковъ облегчалась тѣмъ, что онъ изслѣдуетъ знаки до 10.000 и, чуть гдѣ есть хоть какое нибудь сходство, сближаетъ. Такъ нѣсколько схожій знакъ для 100 въ надписяхъ Нана Гхатъ непременно взять у финикійцевъ, четверка сначала изъ бактрійскихъ числительныхъ, а потомъ (надоѣла, должно быть) взята для обозначенія совершенно непохожая буква того же бактрійскаго алфавита, знакъ для двадцати взять у финикійцевъ и т. п. Изъ геніальныхъ индусы превращены въ другую крайность: они нищи духомъ и побираются у другихъ народовъ. Для первыхъ 9 цифръ особенно посчастливилось у Bayley'я, съ легкой руки цитируемаго имъ Куннингама (Arch. Survey of India, и Corpus inscr. Ind., Kapurdigiri Inscription), бактрійцамъ. Правда, честь поставить для изображенія 1, 2, 3 по одной, двѣ или три палочки рядомъ Bayley готовъ предоставить многимъ народамъ, въ томъ числѣ и Индусамъ, но зато четверку изображать четырьмя въ формѣ буквы „х“ крестообразно поставленными палочками индусы уже не могли додуматься. Имъ пришлось заимствовать этотъ знакъ изъ бактрійскихъ числительныхъ. Правда, знакъ то нехитрый: пожалуй и помимо бактрійцевъ нашлись бы народы, которые могли-бы его придумать. Знакъ этотъ, просуществовавъ нѣкоторое время, исчезъ и вмѣсто него взята черезъ нѣкоторое время бактрійская буква „чх“, а съ ней оттуда же буквы: „п“ для пяти, „г“ для шести, „а“ для семи, „б“ для восьми, „х“ (h) для девяти. Правда, Bayley видитъ слабую сторону открытія Куннингама, именно затрудненіе объяснить, гдѣ находится тотъ алфавитъ, въ кото-

ромъ „чх“ была бы четвертой буквой, а за ней слѣдовали бы въ указанномъ порядкѣ остальные упомянутыя буквы. Иначе, почему-бы это они обозначали эти числа? Но онъ не смущается и пускаетъ въ дѣло какъ бы вы думали что? Абакъ! Правда, ему неизвѣстно громадное отличіе абака съ немѣченными жетонами отъ абака съ мѣченными жетонами. Иначе онъ не говорилъ бы, что абакъ извѣстенъ на всѣхъ деревенскихъ базарахъ Индіи (р. 353 п. 1) и не вспоминалъ бы при этомъ и русскихъ счетовъ (р. 369 п. 3), а оговорился бы, какой абакъ. Именно для цифръ то вѣдь важенъ абакъ съ мѣченными жетонами, а его то у индусовъ никто еще не нашелъ и базарамъ даже Калькутты, а не то что деревенскимъ, онъ совершенно неизвѣстенъ.¹ Это обстоятельство совершенно убиваетъ въ моихъ глазахъ цѣнность подтвержденія основной мысли моего очерка (Арием. сам. евр. культ.), именно, что индусы могли заимствовать свои 9 цифръ съ запада вмѣстѣ съ абакомъ, весьма сходнымъ домысломъ Bayley'я. Дѣйствительно, послѣдній, вспомнивъ вслѣдъ за Радульфомъ Ланскимъ о Халдеѣ, высказываетъ предположеніе, что абакъ могъ вмѣстѣ съ цифрами перейти въ Индію изъ Халдеи черезъ Бактрію (р. 353). Правда, Bayley не выясняетъ секрета, какъ это нѣкоторые (4—9) цифры абака сдѣлались въ Бактріи буквами, а потомъ отсюда

¹ Во второй части своего сочиненія о цифрахъ (см. выше стр. 42 прим. 2) Bayley дѣлаетъ попытку доказать существованіе абака съ колоннами и мѣченными жетонами въ Индіи еще задолго до Р. Х. (pp. 9 и слѣд.), но это чистая фантазія. Когда приходится говорить о знакомствѣ индусовъ съ разрядами (sthāna) и съ названіемъ нуля „сунья“ (будто бы отъ пустого разряда, что есть прямое слѣдствіе знакомства съ абакомъ), то Bayley глубже V в.—VI в. послѣ Р. Х. не спускается. Даже посредственные свѣдѣтельства въ пользу знакомства индусовъ съ абакомъ (съ мѣченными жетонами) дальше этого времени не уходятъ (pp. 10, 21—25).

явились въ Индію опять въ видѣ цифръ и какъ разъ тѣхъ же самыхъ. Но это не останавливаетъ автора и онъ при помощи этого чудодѣйственнаго абака доходитъ до классическаго въ своемъ родѣ открытія, что бактрійскія буквы чх, л, г, а, б, х (h) потому въ Индіи получили значеніе 4, 5, 6, 7, 8, 9, что они въ этомъ порядкѣ стояли въ словахъ какого то конструируемаго имъ изъ персидскаго, Hindi (Кабуль) и вообще арійскаго языка „чхапанъ (и) абахъ“, что на этомъ изобрѣтенномъ языкѣ (съ персидскимъ суффиксомъ множественнаго числа „ганъ“ отъ существительнаго „чхапа“=по Hindi: знаки) означало будто бы „знаки абака“. Эти истиннѣ геркулесовы столбы историческо-филологической критики, встрѣчающіеся намъ въ исторіи математики не въ первый разъ (см. эротическую теорію Vincent'a для происхожденія цифръ „Арием. сам. европ. культ.“ гл. IV) нисколько не ослабляютъ авторитета составленной Bauley на основаніи большой литературы таблицы, такъ какъ тутъ онъ не разсуждалъ, а просто заимствовалъ и классифицировалъ, а потому я спокойно ею пользуюсь. Оставляя въ сторонѣ бактрійцевъ съ финикіянами и египтянами, мы видимъ здѣсь передъ собою знаки для первыхъ девяти чиселъ въ Индіи, начиная съ 300 года до Р. Х. и до VI—VII ст. послѣ Р. Х. Такъ какъ знаки для 1, 2, 3 за это время состоятъ изъ такого же количества палочекъ, то интересующія насъ изображенія цифръ являются только для 4, 5, 6, 7, 8, 9. Для нихъ даны знаки:

А) III—I в. до Р. Х.

1) Знаки-надписи Нана Гхатъ въ Бомбейскомъ генераль-губернаторствѣ, около 300 г. до Р. Х.

2) Восточн. Маурья }

3) Западн. Маурья }

(династія III и II в. до Р. Х.)

4) Пещерные знаки.

- 5) Кшатрапа (династія):
 - а) ранній періодъ (до II в. н. Р. X.);
 - б) поздн. пер. (III в.).
- 6) Индоскиѣскія.
- 7) Гупта (династія IV—V в. по Р. X.):
 - а) надписи;
 - б) серебр. монеты.
- 8) Валабхи (династія):
 - а) древніе пер. (206—290 н. Р. X.);
 - б) средній пер. (290—365);
 - в) позднѣйшій періодъ (365—447).
- 9) Бактрійскія: а) числительныя, б) буквы.

Сопоставленія Bayley'я избавляютъ меня отъ необходимости ссылаться на такъ называемыя „индусскія цифры IV в.“, которыя приводились въ разныхъ сочиненіяхъ, начиная съ Принсепа: это тѣже знаки, хотя и значеніе ихъ пришлось толковать уже Томасу иначе, чѣмъ дѣлалъ это Принсепъ, почему знаки для 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, данныя Принсепомъ, обозначаютъ на самомъ дѣлѣ, какъ доказалъ Томасъ, десятки и сотни, а кромѣ четверки первыхъ девяти цифръ у Принсепа и не оказывается, а сколько съ ними возились.—*Prinsep. Journal of the Asiatic Society of Bengal, 1838, Apr. 348—354.* —Переиздано послѣ смерти Принсепа *Ed. Thomas'*омъ въ изданіи трудовъ Принсепа „*Essays on indian antiquities, historic, numismatic and palaeographic of the late James Prinsep, t. I и II, London 1858, II pp. 70—84.* Здѣсь II pp. 80—83 Thomas излагаетъ свое мнѣніе о знакахъ Принсепа, при чемъ оказалось, что въ числѣ, напр., 394 Принсепъ придавалъ своимъ знакамъ значеніе по положенію, а потому знакъ для 300 обратился у него въ знакъ для 3, знакъ для 90 въ знакъ для 9.—Ср. *Pihan. Exposé des signes de numération, Paris 1860, pp. XVIII, XIX, 63—65.*—Сравни *Reinaud, Mém. géogr., hist. et scientifique sur l'Inde, Paris 1849 in 4.*

Современныя цифры.				4
1. Надпись Нана Гхатъ	—	—	—	VE
2 а. Династии Маурья (зап.)	—	—	—	
2 б. Династии Маурья (вост.)	—	—	—	
4. Пещерные знаки .	—	—	—	VO
5 а. Дин. Кшатрапа съ II в. до Р. X. ранний пер. . . .	—	—	—	VA
5 б. Дин. Кшатрапа, до II по Р. X. . .	—	—	—	VA
6. Индостанскіе . .	—	—	—	VI
7 а. Дин. Гупта (IV, V вв. по Р. X.) надписи	—	—	—	VI
7 б. Дин. Гупта сер. мон.	—	—	—	VI
8. Валабхи, дин. а) 206—290 . . . б) 290 - 365 . . . с) 365—447 . . .	—	—	—	VI
9. Бактрийск. а) числит. б) буквы	—	—	—	VI VO

	6	7	8	9	
	VG	VD		V Bab	
	VA				
	VA				
3	VB	VF	VF		
					б.
3	VG	VB	VA	V Cab	
	VF	VE	VB	V Cab	т
3	VA	VD	VC	V Aad	б
					н
	VE	VC	VH	V Cab	
			VF	V B(ed)	
	VC VD	VB VA	VD VE	V Aab	
	VG	VD	VC	V Bab	

II. *Формы индусскихъ цифръ со значеніемъ по положенію нулемъ* извѣстны намъ съ VIII и IX вѣка. Знакъ для нуля является, какъ мы видѣли¹, въ документѣ всего лишь VIII вѣка, а вся серія цифръ уже хорошо извѣстна намъ съ IX в. по Р. X.

1. Цифры IX в. п. Р. X.

a) *Prinsep*, Journal of the Asiatic Society of Bengal, Apr. 1838, p. 348.—Вторично въ изданіи всѣхъ трудовъ Принсепа, сдѣланномъ *Edw. Thomas*, Essays on Indian Antiquities of the late I. Prinsep, London, 1858, II 70—84.—*Villicus*, Das Zahlenwesen, p. 18.—*Онъ-же*, Gesch. d. Rechenk., p. 31.

b) *Wildermuth*, Его статья Rechnen въ Encyclop. des gesamter Erziehungs—u. Unterrichtswesen, herausgeg. von Dr. Schmidt, Bd. VI p. 725 n. 2.—*Treutlein*, Gesch. d. Rechenk., табл. n. 34.

c) *Villicus*, Gesch. d. Rechenk., p. 31 съ ссылкой на *Hervas*, Aritmetica delle nazioni.—*Онъ-же* Das Zahlenwesen, p. 19.

2. Непальскія цифры (вѣкъ?).—*Cantor*, Math. Beitr. p. 61 fig. 22.—*Gundermann*, Zahlz., p. 8 изъ какой то рукописи: Nepal ms. 1702.

3. Ассамскія цифры (вѣкъ?).—*Cantor*, Math. Beitr. p. 61, fig. 22.

4. Западныя надписи XI—XII в.—*Gundermann*, p. 8.

5. Рукописи XI в.—Форма а, b, с.—*Gundermann*, p. 8.

6. Южныя XI в.—*Gundermann*, p. 8.

7. Цифры латинской рукописи XIV вѣка изъ Arras'а во Франціи Arras № 82.—Я нашелъ ихъ изображеніе въ Catal. des MSS des départemens IV p. 325. По каталогу, это будто бы статья, озаглавленная Algorismus. Къ несчастью, я не видѣлъ этой руко-

¹ См. выше стр. 89 прим. 3.

писи, но было бы очень интересно познакомиться съ ней, такъ какъ появленіе во Франціи въ сочиненіи латинскаго алгоритмика не позже XIV в. цифръ несомнѣнно индусскаго типа (не западно и не восточно арабскихъ) вещь диковинная.

8. Цифры XVII столѣтія, найденныя въ XVII столѣтіи у индусовъ путешественникомъ Tavernier (1605—1689), *Vogages en Turquie, en Perse et aux Indes*, 3 vol., 1677—1679 in 8.—Отсюда ихъ приводить съ цитатой „ex Tavernerii Itinerario“ Weidler, *de characteribus numerorum*, p. 26, p. 8.

9. Современныя индусскія цифры, т. называемыя Devanagari.—*Pihan*, *Exposé des signes de numération*, XVI—XVII.—*Treutlein*, *Gesch. u. Zahlz.* табл. n. 33.

10. Нѣсколько отличный типъ цифръ представляютъ цифры XVIII, приведенныя изъ письма Dmn. Sam. Koleser de Kereseer in actis eruditorum Lipsiensium a. 1726, mense Iul. p. 328 тѣмъ же Weidler'омъ *De characteribus numerorum* подъ названіемъ „монгольско-тугутанскія“.

Въ указанныхъ выше источникахъ цифры имѣютъ формы, указанныя въ нижеслѣдующей таблицѣ. Тамъ, гдѣ большихъ буквъ, указывающихъ на вертикальную колонну, приведено нѣсколько, формы буквъ приближаются ко всѣмъ формамъ, указаннымъ въ приведенныхъ вертикальныхъ колоннахъ.

Современныя цифры.	1	2	3	4
1. Цифры IX в. a) Prinsep b) Wildermuth . . c) Villicus	IV E IV F IV E	IV Acd IV Acd IV Fed	IV Acd IV Acd IV Aab	IV Db IV Db IV Eb
2. a) Непальскія (Кант.) b) Гундерманъ .	IV F IV A	IV Ecd IV Fed	IV Ecd IV Ccd	IV Db IV Ab
3. Ассамскія	IV J	IV Led	IV Bed	IV Fb
4. Западн. надписи XI—XII вв. . . .	IV K	IV Jcd	IV Ccd	IV Cb
5. Рукописи XI в. (abc)	IV, A, B, D	IV B, B, Kcd	IV H, F, Gcd	IV B, H, G
6. Южныя XI в. . .	IV A	IV Mcd	IV Jed	IV Eb
7. Арасская рук. XIV в.	IV H	IV Hcd	IV Dcd	IV Cb
8. Цифры XVII в. .	IV F	IV Gcd	IV Aab	IV Cb
9. Соврем. индускія a) Cantor b) Pihan	IV G IV H	IV Ccd IV Bed	IV Ecd IV Ccd	IV Cb IV Db
10. Цифры Монгольско-Тугутанскія XVIII в.	IV C	IV Ncd	IV Ded	IV Nb

5	6	7	8	9	0
IV Aab IV Aab IV Aab	IV Bcd IV Fcd IV Abc	IV Hab IV Fab IV Hab	IV Mab IV Mab IV Eab	IV Lcd IV Lad IV Aad	IV A IV A IV C
IV Aab IV Mab	IV Ccd IV Dcb	IV Hab IV Aab	IV Jab IV Aab	IV Cad IV Cab	IV A IV A
IV Nab	IV Ccb	IV Jab	Пох. на двойку Fcd	IV Had	IV A
IV Eab	IV Acd	IV Cab	IV Cab	IV Aab	IV A
IV C,D,Kab	IV J,G,Hcd	IV D,L,A,Eab	IV B,N,Gab	IV Bab,G,Jad	IV A
IV Fab	IV Ecd	IV Gab	IV L	IV Mab	IV A
IV Bab	IV Dcd	IV Bcd	IV E	IV Ead	IV A
IV Hab	IV Bcb	IV Hab	IV Fab	IV Bad	IV B
IV Bab IV Aab	IV Dcd IV Dcd	IV Ccd IV Hab	IV A(ближе всего) IV G,K	IV Dad IV B,F,H,Ead	IV A IV A
IV Gab	IV Ncb	IV Acd	IV Cab	IV Nad	IV A

*Interrelation between the numeral
signs of various nations. From where
are the numerals of the abacists taken?*
3.

Взаимоотношеніе цифровыхъ знаковъ у
различныхъ народовъ. Откуда взяты
цифры абацистовъ?

Къ разсмотрѣнію составленной на основаніи ма-
терьяловъ, только что перечисленныхъ, таблицы мы
приступимъ по причинамъ, указаннымъ выше, (стр.
103) въ порядкѣ, обратномъ тому, котораго мы держа-
лись въ главѣ 1. Мы начинаемъ не съ единицы,
а съ 0, въ твердой увѣренности, что знаки для 0, 9, 8,
7, 6 лучше и яснѣе всего отвѣтятъ на вопросъ, откуда
взяли свои цифры абацисты, а слѣдовательно и на
вопросъ о настоящей родинѣ нашихъ цифръ. Опи-
раясь на указанія, добытыя изъ разсмотрѣнія этихъ
послѣднихъ пяти знаковъ, мы лучше разберемся и
въ первыхъ пяти знакахъ, возможность самостоя-
тельнаго возникновенія которыхъ въ разныхъ мѣ-
стахъ совершенно по ихъ графическому составу
вѣроятна.

Что касается *нуля*, то при взглядѣ на табли-
цу № 2 мы незамедлимъ убѣдиться, что тутъ наблю-
дается полнѣйшее сходство во всѣхъ трехъ боль-
шихъ группахъ, т. е. западной (абацисты, западн.
арабы, алгоритмики), средней (восточные арабы) и
восточной (индусы). До VIII столѣтія послѣ Р. Х.
существованіе у индусовъ нуля для обозначенія пу-
стыхъ разрядовъ доказано быть не можетъ¹. Съ

¹ См. выше стр. 89 прим. 3.

этого же времени онъ является въ формѣ графическаго кружка съ пустотой въ серединѣ, или же въ формѣ точки. Правда, точку мы находимъ документально у индусовъ только въ XVII в., но мы помнимъ, что съ датами документовъ нужно быть осторожнымъ, такъ какъ древняя форма можетъ иногда вынырнуть въ документѣ очень позднемъ (см. выше стр. 6 и 7). Полукругъ (IVC) для нуля въ IX вѣкѣ даетъ только Villicus, а, такъ какъ онъ является только вариантомъ къ цифрамъ, сообщеннымъ Принсепомъ и Вильдермутомъ, у этихъ же послѣднихъ мы находимъ кружокъ, то вариантъ Вилликуса, очевидно, просто ошибка. Тѣ же самые кругъ или точку даютъ намъ средняя (III) и западная группы (I, II). Фантастическая форма нуля гобаръ (I D) у Treutlein'a есть тоже ошибка, такъ какъ онъ вездѣ сообщаетъ цифры парижск. рук. № 1912 (арабск.), а изъ той же рукописи Гергардъ и Вилликусъ сообщаютъ точку. Хвостъ при точкѣ представляется поэтому лишь неавторитетнымъ графическимъ капризомъ.

Тутъ, повидимому, ничто ни мѣшаетъ признать, что оба знака взяты у индусовъ, тѣмъ болѣе что во всѣхъ другихъ группахъ они являются позже VIII вѣка и подъ арабскимъ названіемъ „цифра“, что есть очевидный переводъ индусскаго „сунья“ (пустой). Къ тому же нуль арабы и другіе ясно называютъ индусскимъ изобрѣтеніемъ. Нѣкоторые новѣйшіе ученые находятъ даже въ немъ что-то по самой своей сущности индусское, ставя его въ связь съ пресловутой Нирваной¹.

Особнякомъ стоитъ между ними нуль абацистовъ. Если даже его разсматривать, какъ писчій

¹ Ср. *Бубновъ* Арнем. самост. евр. культ., стр. 17 прим. 3 мнѣніе Брокгауза.

знакъ, то онъ представляетъ собою нелѣпую комбинацію знаковъ кружка и точки, которые вѣдь каждый въ отдѣльности значать нуль. Нуль въ квадратѣ абацистовъ врядъ ли можетъ быть заимствованъ изъ какой бы то ни было группы. Къ тому же вѣдь во всѣхъ трехъ группахъ нуль есть писчий знакъ, а у абацистовъ нуль не есть цифра. Это реальный кружокъ, жетонъ, который вмѣстѣ съ другими мѣченными жетонами кладется въ колоны абака. Какъ и всѣ жетоны, онъ имѣетъ въ себѣ дырочку, сдѣланную для нанизыванія всѣхъ ихъ въ цѣляхъ сохранности на веревку, или можетъ быть на гвоздики, укрѣпленные въ доскѣ. Съ такой доски можно было съ удобствомъ снимать съ гвоздика именно тотъ жетонъ, который былъ нуженъ, и обратно надѣвать на нее, не путая девять родовъ жетоновъ между собою. Приспособленіе для абациста необходимое, если онъ не хотѣлъ путаться и терять время при выбираніи для положенія на абакъ нужнаго жетона. Изображая этотъ продырявленный жетонъ на пергаментѣ, абацисты X—XII вв. не могли его изобразить иначе, какъ кругомъ съ дырочкой¹. Другіе жетоны они не рисовали, а прямо изображали вмѣсто нихъ находившіяся на нихъ мѣтки, т. е. цифры.

Такой жетонъ, или инструментальный нуль, абацисты не могли заимствовать у индусовъ или арабовъ, по той простой причинѣ, что въ индусско-арабской ариметикѣ никакихъ жетоновъ не было, а были лишь писчіе знаки. Но, можетъ быть, у абацистовъ этотъ жетонъ и не равнозначущъ нулю индусовъ, а потому о немъ здѣсь нечего и толковать? Наблюденіе показываетъ однако, что онъ не только равнозначущъ, но даже еще имѣетъ и бо-

¹ Тамъ же, стр. 16.

лѣе разнообразное примѣненіе. Онъ не только употреблялся, какъ нашъ нуль, для отмѣтки пустыхъ разрядовъ, но и служилъ еще для отмѣтокъ тѣхъ цифръ, надъ которыми производилась въ данный моментъ арифметическая операція. Для этой послѣдней цѣли онъ ставился въ той же колоннѣ надъ цифрой¹. Когда же его употребляли въ смыслѣ нашего нуля, то его ставили рядомъ съ цифрой въ другую колонну, т. е. въ другой разрядъ, какъ это дѣлаемъ и мы.

Если исключить неопредѣленный намекъ Шаля (*Chasles, Comptes Rendus XVI, 1843 года, p. 1408*) на какой то трактатъ, въ которомъ онъ нашелъ употребленіе нуля на абакѣ, то можно сказать, что употребленіе абацистами жетона вмѣсто нуля было до сихъ поръ неизвѣстно. Но намекъ Шаля неопредѣленъ. Отлагая разсужденіе о нулѣ до спеціальнаго сочиненія, такъ и оставшагося ненаписаннымъ, Шаль намѣренно не указалъ точно, что это за трактатъ, и тѣмъ ослабилъ значеніе своей цитаты. Своей интерпретаціей Шаль окончательно погубилъ свой трактатъ. Онъ силится, вопреки очевидности, доказать², что авторъ этого трактата *ошибочно* разъ употребилъ нуль въ колоннахъ абака, правильно же онъ его употребляетъ будто бы только въ двухъ другихъ случаяхъ, гдѣ онъ будто бы изображаетъ числа, *внѣ колоннъ* абака, но все таки на его доскѣ гдѣ то въ углу его, замѣняя нулемъ пустыя колонны. При этомъ Шаль считаетъ приводимую авторомъ трактата „ротулу“ (*rotula*) за письменный знакъ. Эту послѣднюю ошибку, увы, дѣлю и я съ нимъ въ своемъ изданіи *Gerberti Opp. Math. pp. 273—280*, того трактата, на который Шаль наме-

¹ См. выше гл. I. 2. стр. 68—76.

² См. *Gerberti Opp. Math. p. 275 n. 9*.

каеть. Другую мнѣ удалось исправить и показать, что всѣ три раза авторъ трактата употреблялъ ротулы внутри колоннъ абака, а неопредѣленную цитату Шаля я теперь могу замѣнить вполне опредѣленной.

Въ Парижской національной библіотекѣ fonds Baluze № 129 семнадцатаго вѣка представляет собой матерьялы для Герберта, собранные ученымъ этого же и XVIII вѣка Baluze'омъ. Листы 128—176 этого собранія есть, согласно замѣткѣ его (fol. 128 г.), не что иное, какъ матерьялы Папірія Массона (ум. въ 1611 году), тоже интересовавшагося Гербертомъ и даже почти приготовившаго изданіе его писемъ, выпущенное вскорѣ послѣ его смерти его братомъ Jean'омъ. Эти матерьялы куплены Балюзомъ въ 1700 году на Quai de la Tournelle въ Парижѣ и, какъ явствуетъ изъ помѣтокъ Массона, представляютъ собой копіи двухъ древнихъ рукописей: 1) Лефевра (листы 128—131) и 2) рукописи аббатства св. Виктора (листы 132—171). Интересующій насъ трактатъ является на листахъ, представляющихъ сдѣланную по приказанію Массона копію рукописи св. Виктора¹. Къ сожалѣнію, рукопись эта, кажется, пропала. Какого она могла быть вѣка? Врядъ ли позднѣе XII вѣка, такъ какъ она давала копію древнѣйшаго сборника абацистовъ². Въ ней были: 1) Геригеръ объ абакѣ, 2) комментарий на Герберта 999—1003 гг. и 3) другіе къ сборнику неприннадлежащія статьи объ абакѣ. Послѣ XII вѣка интересъ къ абаку совершенно исчезаетъ. Онъ замѣняется алгоритмомъ. Надъ абакомъ даже, если вѣрить Альберіку de trois Fontaines, хро-

¹ Ibid., pp. LXVIII—LXIX.

² Ibid. pp. LXIX и p. 295. О сборникѣ абацистовъ см. еще выше стр. 95 и „Абакъ и Воэцій“ гл. III.

никеру XIII в., смѣются¹. Такія вещи въ XIII в. уже не переписываются. Ихъ оставляютъ доживать свой вѣкъ въ болѣе древнихъ рукописяхъ. Трактатъ же, который насъ интересуесть, написанъ врядъ ли позднѣе XI вѣка. Онъ, подобно одной изъ статей сборника представляетъ собой комментарий на Герберта. Автору трактата Герберта извѣстенъ уже въ одной изъ редакцій В (т. е. интерполированной; не оригинальной—А), каковыя были готовы уже въ началѣ XI вв. Своею цѣлью онъ ставитъ иллюстрировать наиболѣе трудныя правила дѣленія въ редакціи В численными примѣрами, каковыхъ у Герберта, держащагося формулообразнаго способа выраженія, совсѣмъ нѣтъ. Онъ даетъ три (сс. 1—3) численныхъ примѣра на дѣленіе сотенъ на сотни съ единицами, т. е. на В II 8, одинъ (с. 4) на дѣленіе тысячи на сотни съ единицами, т. е. на В II 9, одинъ (с. 5) на дѣленіе сотенъ или тысячъ на десятки съ единицами². Онъ приводитъ часто слова своего экземпляра трактата Герберта буквально, называя ихъ *magistralis lectio*. Его приемы совершенно Гербертовскія. Мотивъ, заставившій его взяться за перо, это необычайная сжатость правилъ у Герберта (с. 5: *expeditum est in quarto capitulo hujus voluminis—sed nimis succincte atque breviter*) и онъ старается сдѣлать ихъ болѣе понятными сообразно своему пониманію (*pro captu ingenioli*). Всѣ комментаріи (ихъ у меня издано 4) на Герберта, начиная съ № 1 (999—1003 г.), написаны почти несомнѣнно

¹ *Albericus Trium Fontium*, Mon. Germ. Hist. t. XXIII p. 775, упоминаетъ о сочиненіи Геригера, посвященномъ абаку, заключаетъ: „In multis namque studebant antiqui, quae hodie habentur derisui“. См. Gerb. Opp. Math. 392 l. 6.

² Операциі на абакѣ описаны мною въ гл. VI и VII Ариѳм. самост. евр. культ. См. въ особенн. стр. 288—296, 301, 310—311, 303, 312—313.

не позже XI в. Послѣ работъ Бернелина, Герланда, Радульфа Лонскаго (XI—нач. XII в.) было бы смѣшнымъ антикварстомъ липнуть непременно къ краткимъ, непонятнымъ безъ объясненія словамъ Герберта, когда уже были подробныя толковыя объясненія. Во всякомъ случаѣ, между авторомъ и Гербертомъ въ ученіи объ абакѣ не видно никакого интервала для того, чтобы предполагать здѣсь какую нибудь арабскую прослойку. Да такой прослойки я не нашелъ ни въ одномъ сочиненіи объ абакѣ, если не считать неудачное отнесеніе слова абакъ въ арабскій лексиконъ въ одномъ сочиненіи конца XII или нач. XIII в.¹ Она въ корнѣ бы противорѣчила самой системѣ абака.

Поэтому, если можно колебаться въ отнесеніи рукописи св. Виктора къ XI или XII в., то никакихъ нѣтъ сомнѣній въ томъ, что въ авторѣ трактата мы можемъ привѣтствовать зауряднаго абациста, которому, какъ и всѣмъ его собратьямъ X—XII вв., до арабовъ было столько же дѣла, сколько намъ до китайцевъ. Все, что онъ намъ говоритъ, входитъ въ составъ обыкновеннаго ученія объ абакѣ и является классическою традиціей.

Я не могу здѣсь приводить разъясненій автора *in extenso*. Эти разъясненія понятны будутъ только тому, кто знакомъ съ операціями на абакѣ. Для послѣднихъ же я отсылаю къ гл. VI и VII моей *Арием. самост. европ. культуры*. Однако, чтобы избѣжать ошибки Шаля, напомнимъ, что при дѣленіи абацисты ставили дѣлитель и дѣлимое наверху абакъ, то дѣлимое выше дѣлителя (такъ нашъ авторъ), то наоборотъ (такъ большинство). Самыя операціи происходили по срединѣ (смотря сверху внизъ) колоннъ абакъ, а жетоны съ цифрами частнаго или,

¹ *Бубновъ*, *Арием. сам. европ. культ.* стр. 56 и. 1; ср. выше стр. 100.

какъ они выражались, деноминаціи (частнаго) клались въ самый низъ абака. О нихъ авторъ говоритъ „поставъ въ концѣ абака“ („in fine abaci constitue“, p. 278 l. 23). Частное отъ дѣленія сотенъ на сотни съ единицами, конечно, будутъ единицы. Про единицы частнаго, стоящія въ колоннахъ абака въ его правомъ нижнемъ углу, авторъ совершенно правильно выражается: „скрываются по обыкновенію въ углу абака“ (p. 274 l. 27: „latentque in angulo abaci pro consuetudine“) или „возьми указанную выше деноминацію частнаго, т. е. два, и поставъ въ углу абака“ (p. 277 l. 15: „sume supradictam denominationem, id est duo, et reconde in abaci angulo“). Отсюда ясно, что „уголъ абака“ совсѣмъ не есть какое то свободное отъ колоннъ мѣсто, какъ это думалъ Шаль. Къ тому же, операции съ ротулами, которыя Шаль перенесъ въ уголъ абака, происходятъ у автора совсѣмъ не въ углу абака, а всего только „въ нижней части абака“, (p. 277: „in inferiore parte abaci“), подъ которой нужно разумѣть часть колоннъ непосредственно выше той, гдѣ ставится частное, т. е. не самую нижнюю. Всюду о своихъ знакахъ авторъ говоритъ „возьми, схвати“ (sume, arripe, capre), „положи“ (pone, reconde) „поставъ“ (constitue), откуда ясно, что и у него, какъ вообще у всѣхъ абацистовъ, это жетоны съ цифрами. Такимъ же жетономъ поэтому, какъ и у перваго комментатора 999—1003 г. и другихъ абацистовъ¹, у него была и его „ротула“, а не письменнымъ знакомъ.

Послѣ этихъ замѣчаній рассмотримъ у него употребленіе ротулы, весьма въ исторіи ариметики важное.

¹ См. гл. I. 2 стр. 69—76.

Въ главѣ второй онъ говоритъ: „Если хочешь раздѣлить *восемьсотъ* на *СССII*, положи характеръ *восьмерки* на (колонну) *C* (т. е. сотень) и ниже въ той же колоннѣ (*infra in ipsa statione ternarium statue*) поставь *тройку*, въ предпоследнемъ же мѣстѣ (т. е. въ предпоследней колоннѣ, — десятковъ) наложь *ротулу* (*rotulam deprime*), а последнему (мѣсту) также дай *двойку*“ (*binarium praebe*). употребле́нiе на абакѣ въ пустыхъ колоннахъ абака, замѣняющихъ нашъ нуль, еще и нуля справедливо казалось невѣроятнымъ Chasles'ю и вынудило его къ ошибочной интерпретаціи этого мѣста. Это де по разсѣянности. Такимъ удобнымъ образомъ мы что угодно можемъ вынести за скобки любого текста. Дѣло ясное и непрекаемое. Въ числѣ 302 на колоннахъ абака „ротула“ красуется между 3 и 2, какъ у насъ нуль! Какъ же объяснить ея ненужное здѣсь появленіе? Ротула имѣетъ цѣлью придать деноминаціямъ 3 и 2, изъ которыхъ одна стоитъ въ колоннѣ сотень, а другая въ колоннѣ единицъ, и обѣ имѣютъ видъ несвязанныхъ между собою деноминацій, характеръ связности, соединить ихъ въ одно число. Дѣло въ томъ, что у автора дѣлитель 302 стоитъ ниже дѣлимаго, а сейчасъ же за нимъ еще ниже идутъ цифры, появляющіяся при операціяхъ. Они стоятъ разрозненно по колоннамъ, ихъ складываютъ, умножаютъ и снимаютъ, замѣняя другими. Цифры дѣлителя 3 и 2, если бы между ними не было ротулы, могли бы быть смѣшаны съ разрозненными цифрами, являющимися при операціяхъ, а потому могли быть сложены по ошибкѣ съ ними или помножены и, давъ неправильную сумму или произведеніе, были бы сняты ¹. Нѣкоторые абацисты (напр. Бернелинъ), чтобы пре-

¹ Бубновъ, Арием. сам. европ. культ. стр. 205—206.

дупредить смѣшеніе, проводятъ по абаку горизонтальныя линіи, при чемъ всѣ операціонныя числа стоятъ между двумя изъ нихъ. Этимъ предупреждалось смѣшеніе съ стоящими выше заданными числами и стоящими ниже результатами. Этого самого авторъ достигалъ ротулой. Она связывала разрозненный дѣлитель въ нѣчто цѣлое. Если бы дѣлитель былъ 322, то связность его была бы ясна уже изъ горизонтальнаго сопоставленія безъ промежутокъ трехъ деноминацій. Впрочемъ, я не поручусь, что и въ этомъ случаѣ абацистъ не употребилъ бы ротулы, а то даже и двухъ, такъ, чтобы одна стала въ колоннѣ десятковъ, а другая въ колоннѣ единицъ, подъ двойками.

Далѣе, ротулы появляются въ томъ же примѣрѣ дѣленія 800 на 302 при провѣркѣ: „*Напримѣръ: если тебѣ пріятно это число* (т. е. дѣлимое) *черезъ его дѣлителей* (такъ абацисты называли и дѣлитель и частное, мы сказали бы: сомножителей) *возвратить къ его суммѣ, то возьми указанную выше деноминацію, т. е. два* (частное), *и положи въ уголъ абакъ и скажешь съ ротулами* (dicesque cum rotulis), *дважды три* (это 3 изъ дѣлителя 302) VI“. Эту шестерку авторъ, чтобы составляющія ее шесть единицъ не мѣшали вышестоящимъ цифрамъ (ne supra se ordinatis molesti sint), рекомендуетъ поставить „въ нижней части абакъ“ (см. выше стр. 145) и „согласно правиламъ множителей“ въ колонну сотенъ, потомъ множить 2 (изъ 302) на два (частное), получаетъ четверку въ колоннѣ единицъ. Прибавляя сюда (т. е. къ 604) остатокъ (196), авторъ возвращаетъ дѣлимое къ его суммѣ, т. е. 800. Что онъ разумѣетъ подъ „скажешь съ ротулами“? Это не вполне ясно. Но врядъ ли здѣсь дѣло идетъ о томъ же употребленіи ротулъ, какъ при умноженіи у комментатора 999—1003 г. (см. гл. I, 2, стр. 69), такъ

какъ для умноженія 302 на 2 болѣе одной ротулы не требовалось. Множитель одинъ, а потому его ни съ чѣмъ смѣшать нельзя, а для множимаго достаточно одной ротулы, которая сначала ставится надъ 3, потомъ послѣ ея умноженія переносится на 2. Думается мнѣ, что авторъ имѣетъ въ виду автоматическое нахожденіе колоннъ произведенія, которое такъ затрудняло абацистовъ и вызывало весьма многочисленныя правила (у Герберта и особенно Перигера ¹⁾). Это нахожденіе можно производить такъ. При умноженіи, наприм. 302 на 22, мы начнемъ съ высшихъ чиселъ, т. е. съ сотенъ и десятковъ, и, чтобы знать куда поставить произведеніе $3 \times 2 = 6$ (=дигитъ 6), мы сначала проставимъ въ колоннахъ справа влѣво столько ротулъ, сколько разрядовъ вправо отъ умножаемыхъ чиселъ. Число ротулъ будетъ три, т. е. шестерка станетъ въ колонну тысячъ. Въ данномъ случаѣ, при умноженіи 302 на 2 ротуль будетъ всего двѣ и 6 станетъ въ сотни.

Нѣчто подобное мы видимъ въ слѣдующемъ случаѣ (с. 4). Дѣлится $3000 : 804$. Результатъ: частное 3, остатокъ 588. Идетъ провѣрка: 804 умножается на 3. $8 \times 3 = 24$. Т. е. артикулъ 2 и дигитъ 4. Далѣе въ испорченной фразѣ говорится: „*артикулы* (пойдутъ?) „*впередъ*“ (articuli ibi in antea). Очевидно, это произведеніе ставится покамѣстъ такъ: 4 въ колонну единицъ, а 2 „впередъ“, т. е. налѣво въ колонну десятковъ. Затѣмъ 4 умножится на 3, получается 12. „*Эти ты поставиши на свои мѣста вмѣстѣ съ двумя предшествоющими*“ (т. е. 24), говоритъ авторъ. Потомъ авторъ предписываетъ: „*Затѣмъ, примѣнивъ ротулы, произведи сложеніе*“ („Deinde cultis rotulis aggrega“, p. 279 l. 14). Такъ какъ при сложеніи

¹ Тамъ же, стр. 134, 135.

никакихъ ротуль для избѣжанія смѣшенія примѣнять не приходилось (цифры складывались по разрядамъ и путаницы быть не могло), то дѣло, очевидно, идетъ объ опредѣленіи мѣста произведенія 24, что производилось проставкой двухъ ротуль по одной на колонну, такъ чтобы онѣ были справа отъ 24. Такъ 24 превращались въ 2400. Къ этимъ 2400 прибавлялись 12 (3×4) и остатокъ 588. Получалось дѣлимое.

Пусть два послѣдніе случая могли бы быть и яснѣе, но уже одного перваго достаточно, чтобы показать, что „ротула“ употреблялась на абакѣ въ пустыхъ разрядахъ похоже на нашъ нуль.

Итакъ, ротула или сипось абацистовъ есть продырявленный жетонъ, который употребляется на абакѣ для разныхъ надобностей, между прочимъ и для отмѣтки пустыхъ разрядовъ между цифрами (302) и вправо отъ нихъ (2400). Ни у арабовъ, ни у индусовъ онъ не могъ быть взятъ. Но тогда чѣмъ же объясняется его поразительное сходство съ знаками для нуля у индусовъ и арабовъ. Неужели оно случайно? Неужели случайно и сходство употребленія? Этого быть не можетъ. Ergo индусскій и арабскій нуль въ обѣихъ формахъ (кругъ и точка) есть письменная копія съ жетона абацистовъ, а его употребленіе у абацистовъ показываетъ, какъ незамѣтно и постепенно вырабатывалось его употребленіе вмѣсто пустыхъ колоннъ. Другими словами, ротула абацистовъ есть нуль въ инструментальной, еще не важной стадіи развитія.

Итакъ, первый, но самый важный знакъ нашей нумераціи, генераль современнаго счисленія, далъ поразительный результатъ. Не только абацисты не могли своей ротулы взять у индусовъ, но индусы (и арабы) взяли его у абацистовъ, превратили въ письменный знакъ и, специализировавъ его качествѣ счетчика пустыхъ разрядовъ по примѣру абацис-

стовъ, преобразили инструментальную ариметику въ писчую.

Откуда же его взяли абацисты? Конечно, отсюда, откуда пришелъ абакъ, изъ классической древности. А если это жетонъ, то по гречески ему слѣдуетъ называться *psēphos*, *psīphos*. И, дѣйствительно, абацисты называли его „*sipos*“, т. е. давали ему имя, неизвѣстное ни индусамъ, ни арабамъ.

Что абацистамъ еще и въ концѣ XII в. никакого писчаго знака для нуля не было извѣстно, это блестяще доказывается однимъ документомъ, который мной процитированъ точно выше въ гл. I стр. 29, въ матерьялахъ для цифръ абацистовъ, и значеніе котораго не оцѣнено по достоинству. Я говорю объ александрийскомъ анонимѣ. Этого безымянника мы застаемъ за безсознательной, но важной работой. Онъ чуть не изобрѣлъ самостоятельно письменную ариметику въ Европѣ, совершенно также, какъ и индусы, будучи натолкнутъ на это своимъ инструментомъ, абакомъ. Онъ снялъ цифры абацистовъ съ жетоновъ и сталъ писать ихъ прямо на пергаментѣ. Мало того. Онъ вмѣстѣ съ цифрами снялъ съ абака и принципъ значенія по положенію. Дни мѣсяца онъ изображаетъ на пергаментѣ цифрами абака (прототипами нашихъ), при чемъ двадцать три у него изображается двойкой на второмъ справа мѣстѣ, и тройкой на первомъ справа. Если бы ему былъ извѣстенъ письменный знакъ для нуля, то онъ, по примѣру третьяго комментатора Герберта, 10 изобразилъ бы единицей на второмъ справа мѣстѣ и кружкомъ на первомъ. Но нуль у него былъ жетономъ, а пустить въ ходъ изображеніе жетона вмѣсто самаго жетона онъ не догадался. И вотъ, дѣлать нечего, онъ 10 изображаетъ римской цифрой X, 20—римской XX. Такъ среди абацистскихъ двузначныхъ цифръ сиротливо стоятъ

эти старыя римскія цифры, отдѣляя нашего анонима тонкой порегородкой отъ изобрѣтенія (вторичнаго, но самостоятельнаго) индусской ариметики.

Отъ генерала перейдемъ къ солдатамъ.

Девятка, судя по таблицѣ, должна доставить намъ менѣе хлопотъ. Рядъ *ab* представляетъ несомнѣнное сходство во всѣхъ группахъ. III *Dab*, свойственная изъ всѣхъ алгоритмиковъ одной только эрфуртской рукописи XII—XIII вв., есть просто ошибка и не должна быть сближаема съ формой IV *Vad*. Форма II *Iab*, (дата 1189 или 1185), можетъ быть, и не девятка, а почти замкнутая форма пятерки (см. выше стр. 109). Похожая на тройку форма девятки со значеніемъ по положенію IV *Caб* (Непаль: Гундерманъ изъ рукописи 1792, Cantor даетъ непальскую форму IV *Caд*, т. е. совсѣмъ иную) и безъ значенія по положенію V *Caб* (Кшатрапа; т. е. чуть ли не съ II в. до Р. X.) могутъ быть разсматриваемы, какъ видоизмѣненіе формы IV *Vab* или V *Vab*: нижній хвостикъ девятки развивается и закругляется. Важно отмѣтить, что сходная съ арабскими и абакисткой формами форма девятки V *Aab* является въ Индіи еще до значенія по положенію: именно при Валабхи съ III послѣ Р. X. Она подтверждается формой съ хвостикомъ направо V *Vab* еще для III в. до Р. X. (Нана-Гхатъ). Со значеніемъ по положенію, т. е. въ связи съ нашей ариметикой, мы находимъ нашу девятку безъ хвостика вправо, IV *Aab*, и съ онымъ, IV *Vab*, только въ рукописяхъ и надписяхъ XI—XII. Не мѣшаетъ однако отмѣтить, что во всѣхъ другихъ случаяхъ индусская ариметика даетъ формы *ad*, а въ частности для времени наиболѣе близкаго къ переходу ея на западъ къ арабамъ, т. е. въ IX в., форму IV *Lad* (IV *Aab* у Вилликуса, какъ расходящаяся съ Принсепомъ и Вильдермутомъ есть, очевидно, ошибка), т. е. какъ

разъ по внѣшнему виду совсѣмъ не похожую на арабскую и абацистскую. Какое отношеніе формы IV Lad и подобныя (IV, H, I, M, Nad) имѣютъ къ формамъ ab? Дѣйствуя въ интересахъ индусовъ, я попытался повернуть форму IV Aab вокругъ ея оси а—с въ плоскости бумаги и осмыслить ее, какъ форму IV Bad. Такой поворотъ мы уже наблюдали относительно шестерки абацистовъ, которая, стоя кверхъ ногами (cd), производить поворотъ вокругъ оси ca на головѣ и даетъ форму cb. Но тутъ на помощь нужно было привлечь вырѣзанные жетоны Герберта. Для Индіи же вырѣзные жетоны есть предположеніе, висящее на воздухѣ. Кромѣ того, по мимо почти навѣрно ошибочной формы Вилликуса IV Aad, она, IV Bad, встрѣчается только разъ въ индусскихъ цифрахъ XVII в. Отъ нея, съ грѣхомъ пополамъ, еще можно путемъ разложенія черезъ IV C—Gad дойти до IV H—Nad. Производя, говоря акушерскимъ языкомъ, такой „поворотъ на ножку“, не дѣлаемъ ли мы однако fausses couches палеографической интерпретации? Весьма возможно.

Осторожнѣе поэтому признать, что индусскія формы девятки весьма разнообразны, что среди нихъ еще съ III до Р. X. и по III по Р. X., а также въ XI—XII вв. встрѣчается форма, похожая на формы арабскія и абацистскую, но что какъ разъ въ то время, когда происходилъ переходъ индусской писчей ариеметики на западъ къ арабамъ и во всѣ другія времена въ Индіи господствуютъ формы, на арабскія и абацистскую нисколько не похожія.

Можно ли при такихъ условіяхъ утверждать, что абацисткая форма девятки, попадающаяся намъ на далекомъ западѣ, заимствована у индусовъ? Едва ли. Но тогда откуда же свою форму взяли абацисты? Какъ они ее называютъ? Celentis (Kelentis). Сходную форму даетъ намъ ие индусскій и не арабскій

языкъ, а лишь языкъ уралоалтайскаго происхожденія, именно венгерскій. Девять по венгерски—Kilencsz, которое Euporaеus¹ остроумно объясняетъ изъ финскихъ основъ, какъ: ik—kūlon—tis, т. е. „одинъ изъ десяти“. Это celentis стоитъ у абацистовъ рядомъ съ названіями несомнѣнно семитическаго корня на примѣръ temenias или zemēnias (саману—ассирійск., шемонахъ—евр., тмоніо, тманіо—сирійск. и халд., теманіа—арабск.). Такая помѣсь могла, по моему мнѣнію, образоваться только въ древней Калду (Халдеѣ) и Месопотаміи, гдѣ семиты могли прійти въ соприкосновеніе съ народами алтайской группы и, по мнѣнію многихъ ученыхъ, дѣйствительно пришли².

Тогда исторія девятки будетъ такая. Девятка есть четверка сверхъ пяти. Въ образованіи знака для нея игралъ (ср. выше стр. 66) первенствующую роль элементъ четверки, какая намъ извѣстна у абацистовъ, арабовъ и индусовъ и какая должна была быть и у халдеевъ. Такъ образовалась діакритическая четверка, т. е. знакъ для девятки, и была извѣстна въ долинѣ рѣки Тигра и Евфрата и ихъ совмѣстнаго теченія (Калду), т. е. въ Месопотаміи и Халдеѣ. Она не имѣла значенію по положенію и была письменнымъ знакомъ, выработавшимся подъ вліяніемъ стремленія къ скорописи. Она проникла не только въ Халдею, но и въ Индію, гдѣ рядомъ съ нею существовало и много туземныхъ формъ. Изъ Халдеи она попала на греческій абакъ, рядомъ съ греческими и впослѣдствіе римскими цифрами, и здѣсь приобрѣла значеніе по положенію. По этому абаку вмѣстѣ съ значеніемъ по положенію она стала извѣстной: 1) западнымъ абацистамъ, зап. арабамъ и алыгорит-

¹ Тамъ же, стр. 89 прим. 2, 3.

² Тамъ же, стр. 83—90.

микамъ, 2) восточнымъ арабамъ, 3) индусамъ, которые уже знали ее, какъ варіантъ девятки, безъ значенія по положенію. Когда инструментальная ариеметика въ Индіи сдѣлалась письменной и въ этомъ видѣ пошла на западъ къ арабамъ, послѣдніе, принявъ ее, удержали извѣстную имъ уже и раньше по абаку девятку и сочли ее за индусское изобрѣтеніе, какъ и ариеметику, тѣмъ болѣе что какъ варіантъ, она была извѣстна и въ Индіи.

Восьмерка есть, повидимому, настоящее графическое изображеніе полного разрыва крайняго запада не только съ востокомъ, но и съ болѣе близкой серединой. Нашу форму восьмерки съ нѣкоторыми графически понятными варіантами мы находимъ только у абацистовъ, западныхъ арабовъ и алгоритмиковъ. Послѣдніе, которымъ вѣдь съ XII столѣтія приходилось становиться алгоритмиками изъ абацистовъ, усвоивъ арабскую писчую ариеметику, не видѣли надобности въ перемѣнѣ извѣстнаго имъ по абаку еще до XII в. знака для восьми, такъ какъ западно-арабская восьмерка могла имъ дать лишь легкіе варіанты гораздо болѣе графически выработанной формы. Работая изо всѣхъ силъ въ примирительномъ и согласительномъ направленіи, я поставилъ на первомъ мѣстѣ для восточныхъ арабовъ сомнительную форму III Aab, которую даетъ изъ берлинской рукописи одинъ Гундерманъ, и которую съ грѣхомъ пополамъ можно было бы сблизить съ восьмеркой, особенно съ ея порченными формами, у абацистовъ и алгоритмиковъ (II Cab), но боюсь, что моя продѣлка не будетъ принята восточными арабами и не заслужитъ привѣтливой улыбки современной палеографіи. Еще изъ III Aab можно какъ нибудь перейти къ III Baa, отсюда къ III Cab и III Dab, которая приводитъ насъ къ формѣ, вполне сходной у абацистовъ съ семеркой въ по-

ложеніи *ab* (!), а, если ее перевернуть, то все таки только къ семеркѣ тѣхъ же абацистовъ. Однимъ словомъ, какъ ни верти, а у восточныхъ арабовъ восьмерка похожа на семерку абацистовъ и западныхъ арабовъ. Форма восточныхъ арабовъ III E тоже похожа на семерку у западныхъ арабовъ I Aab. Я не могу довести свою любезность по отношенію къ цифрамъ до того, чтобы для выведенія ихъ изъ одного восточнаго (индусскаго) источника, разрѣшить для спасенія единства одному и тому же знаку значить въ одномъ мѣстѣ 8, а въ другомъ семь, какъ это часто дѣлаютъ историки цифръ¹. Но я все же не строгъ. Для спасенія индусской теоріи, я, не будучи въ состояніи выводить западную восьмерку изъ средней (восточно-арабской), готовъ разрѣшить восьмеркѣ перескочить изъ Индіи черезъ области восточныхъ арабовъ и Византію, которой извѣстна въ XIV в. тоже только восточно-арабская форма, прямо на крайній западъ, не оставляя подъ траекторіей своего полета нигдѣ ни малѣйшаго слѣда, но боюсь, что это опасное *saltomortale* будетъ напраснымъ. Между тѣмъ ужъ я ли не стараюсь! На первомъ мѣстѣ у индусовъ IV A, B я поставилъ форму, похожую на современную индусскую и представляющую собой копію формы, сообщаемой изъ непальской рукописи (вѣкъ?) Гундерманомъ. Ее при желаніи можно отождествить съ древней формой до значенія по положенію V A, B, т. е. начиная съ III до P. X. по V по P. X. Отъ этой привилегированной формы можно, пожалуй, образовать всѣ другіе безчисленные варианты восьмерки у индусовъ со значеніемъ по положенію (IV C, D и IV E, F, G, H, I, K, M, N, даже L?) и безъ значенія по положенію (VC—H.). Но бѣда въ томъ, что

¹ См. выше стр. 5..

и эта покровительствуемая мною форма еще очень ~~далека~~ отъ восьмерки западной. Остается предположеніе, что она деформировалась во время salto mortale черезъ восточныхъ арабовъ. Но такъ какъ и это saltomortale есть даровое предположеніе, то я боюсь, что меня обвинять въ черезъ чуръ большомъ пристрастіи къ индусамъ.

Итакъ, ни абацисты, ни западные арабы своей восьмерки, ни отъ восточныхъ арабовъ, ни отъ индусовъ заимствовать не могли, а, такъ какъ безъ опоры середины и востока западные арабы висятъ на воздухѣ, то ясно, что свою восьмерку они взяли у абацистовъ, жившихъ въ странахъ бывшей римской имперіи. У абацистовъ есть, во всякомъ случаѣ, историческій фонъ въ классической традиціи, которую они вообще передаютъ. Западные же арабы люди безъ фона.

Но откуда ее взяли абацисты? Они ее называютъ *temenias* или *zemenias*, т. е. семитическимъ словомъ. Такъ какъ арабы, ни западные, ни восточные, въ традиціи абацистской восьмерки никакой роли играть не могутъ, а о евреяхъ думать тоже не приходится (шемонахъ), то абацистской восьмеркѣ остается явиться изъ Вавилона, гдѣ она называлась „саману“.

Отсюда исторія восьмерки является такой. Восьмерка есть тройка сверхъ пятерки. Ея очень удобный, скорописный, а потому выдержавшій на западѣ тяжесть вѣковъ вплоть до XX в. безъ деформациі знакъ легче всего объясняется изъ извѣстной абацистамъ формы тройки (табл. № 1, I Dab), которая явилась главнымъ элементомъ ея образованія, какъ тройки сверхъ пяти или діакритической тройки. Какъ скорописный письменный знакъ, она еще до значенія по положенію становится, можетъ быть, отъ того же народа, который принесть сюда

девятку, извѣстной месопотамскимъ семитамъ и получила у нихъ семитическое крещеніе въ названіи „саману“. Отсюда она вмѣстѣ съ исковерканнымъ названіемъ (Zemenias, temenias) попадаетъ на греческій абакъ, здѣсь приобретаетъ значеніе по положенію и отсюда становится извѣстной, какъ западнымъ абацистамъ X—XII вмѣстѣ съ своимъ вавилонскимъ названіемъ, такъ и западнымъ арабамъ. Вмѣстѣ съ абакомъ, если еще не раньше, она попала, конечно, и въ Индію, но здѣсь заглохла въ борьбѣ съ конкурирующими мѣстными формами, существовавшими отчасти уже до Р. X. (V A, B, C—H), изъ которыхъ одна (I B, C) могла дать всѣ варианты для писчей ариметики (IV B—N). Тоже случилось и у восточныхъ арабовъ, если кто не вздумаетъ утверждать, что восточно-арабская форма могла быть подражаніемъ индусской IV L, засвидѣтельствованной только для XI в.

Семерка явленіе обратное восьмеркѣ. Если для восьмерки, какъ мы ее ни вертѣли, мы не могли найти ни малѣйшаго сходства между тремя главными цифровыми группами, то семерку, наоборотъ, поворачивайте какъ угодно, она всюду встрѣчаетъ себѣ аналогію. Возьмемъ простой и ясный знакъ семерки у абацистовъ. Въ положеніи *ab* мы кромѣ абацистовъ встрѣчаемъ ее у западныхъ арабовъ, гдѣ она только закругляетъ уголъ и атрофируетъ одну ногу. Алгоритмики и тутъ, повидимому, усваивая писчую ариметику у арабовъ, предпочли сохранить знакомый и похожій знакъ абака. Ихъ форма II Aab ближе примыкаетъ къ абацистской, чѣмъ къ западно-арабской или какой нибудь иной, и отъ этой легко въ порядкѣ II B—M производятся всѣ другіе ихъ варианты семерки. У индусовъ со значеніемъ по положенію представлена также форма *ab* въ цѣломъ рядѣ капризно измѣняющихся,

въ направленіи А—L, формъ, изъ которыхъ послѣднія (Н—L) похожи совершенно на девятку. Смѣшеніе избѣгалось тѣмъ, что девятка у индусовъ имѣла много не похожихъ на нашу девятку формъ (*ab*). Какъ показываютъ V A—F эта форма семерки была въ Индіи очень древней. Въ Индіи всѣ эти знаки какъ письменные, должны быть стойки, т. е. не мѣнять своего положенія на ногахъ. Но тогда какъ объяснить современную индусскую 7, которая похожа на шестерку, т. е. IV Ccd.? Передъ ней нѣкоторые разводили руками, другіе, согласно своему снисходительному отношенію къ капризамъ цифръ, прямо позволяли шестеркѣ значить у индусовъ семерку. Я полагаю, что я нашелъ секретъ. Онъ объясняется изъ аррасской рукописи, которая даетъ форму IV Vcd почти въ формѣ незамкнутого нуля, а эта послѣдняя изъ IV Acd, приводимой Вейдлеромъ, какъ монгольско-тугутанская XVIII в. Эта форма чудно объясняетъ семерку, похожую на шестерку, а съ другой стороны подаетъ руку абацистской формѣ *cd*. Туже форму *cd* мы находимъ у восточныхъ арабовъ. Сомнительной она является для алгоритмиковъ (II A), такъ какъ она приводится только изъ берлинской рукописи 307 и не подтверждается западно-арабской. Чѣмъ же объясняется это кувырканіе формъ, у индусовъ даже, гдѣ всѣ онѣ вѣдь письменные знаки, которые всегда стойки? Тѣмъ же, конечно, чѣмъ это явленіе объясняется у абацистовъ, — положеніемъ семерки на неприкрѣпленномъ жетонѣ, который могъ ложиться различнымъ образомъ. Индусамъ этотъ знакъ сдѣлался, очевидно, извѣстнымъ въ два приѣма. Сначала въ древнѣйшее время безъ значенія по положенію въ формѣ, V ab, которая отчасти удержалась и послѣ приобрѣтенія ея значенія по положенію (IV ab). Приобрѣла она это значе-

ніе на абакѣ и явилась въ Индію второй разъ на жетонѣ. Разныя положенія жетона создали положеніе *cd*, которое и появляется рядомъ съ *ab*. Это же положеніе и помимо Индіи, гдѣ оно было, по-видимому, не особенно въ модѣ, могли съ того же абака взять восточные арабы, которые, усваивая индусскую ариметику, сохранили знакъ, знакомый имъ съ абака, тѣмъ болѣе, что и въ Индіи для него были аналогіи.

Итакъ, сходство семерки во всѣхъ группахъ несомнѣнно. Сомнѣваться въ немъ могли только тѣ, кто не зналъ никакой индусской формы, кромѣ современной похожей на нашу шестерку, (*IV Scd*; Cantor и др.), и не могъ ее никакъ объяснить, или кому не было извѣстно, что и у абацистовъ имѣется аналогичная форма (*cd*), которая ставитъ восточныхъ арабовъ въ связь съ абацистами. Но изъ этого сходства никакъ нельзя сдѣлать заключеніе, будто абацистская форма происходитъ отъ писчей индусской. Мы видѣли, что форма куврыкается и у индусовъ, а это указываетъ на происхожденіе ея черезъ жетонъ, т. е. черезъ абакъ. Абакомъ однимъ удовлетворительно объясняются ея разные повороты у однихъ и тѣхъ же людей (абацисты, индусы), или у различныхъ народовъ (вост. арабы, зап. арабы, алгоритмики). Съ какого же абака взята эта семерка? Древнѣе абака, чѣмъ греческій, намъ неизвѣстно, и, если у индусовъ можно было бы доказать присутствіе абака съ мѣченными жетонами около времени Р. Х. ³, то вмѣстѣ нужно было бы доказывать и его независимость отъ греческаго.

А вдругъ семерка у абацистовъ называется индусскимъ именемъ. Ничуть не бывало! Абацисты

³ Арием. самост. европ. культ. стр. 89.

X—XII вв., зависящіе отъ грековъ, называютъ ее „zenis“. Такого слова для обозначенія семи ни въ одномъ индоевропейскомъ языкѣ нѣтъ. Семиты тоже ничего похожаго не говорятъ. Похожее является, кажется, только въ тюркскомъ „sekis“, которое первоначально звучало, можетъ быть, seknis, а послѣ перешло въ senis, zenis.

Однимъ словомъ, принадлежность семерки спеціально индусамъ ничѣмъ не доказывается. Напротивъ, болѣе простая и легче изъ двухъ палочекъ, соприкасающихся концами (двойка сверхъ пяти), въ отличіе отъ двухъ параллельныхъ палочекъ (простая двойка), форма семерки попадаетъ намъ у абацистовъ. Изъ нея объясняются всѣ формы абацистовъ *ab* и *cd*, и съ абака же сняты формы *cd* у восточ. арабовъ и индусовъ.

Исторія семерки, повидимому, такова. Семерка есть двойка сверхъ пяти. Какъ знакъ, она образовалась или изъ знаковъ для пяти и для двухъ (двѣ концами соединяющіяся единицы), или прямо какъ діакритическая двойка изъ двухъ палочекъ, иначе условно расположенныхъ, чѣмъ для простой двойки. Какъ писчій знакъ до своего значенія по положенію она уже была извѣстна народу, вѣроятно алтайскаго происхожденія, у котораго она называлась похоже на „zenis“. Ея сосѣдство съ семитическимъ названіемъ для восьмерки показываетъ, что народъ этотъ пришелъ въ соприкосновеніе, конечно, въ Месопотамію съ семитами, у которыхъ этотъ знакъ сохранилъ свое чуждое для семитовъ названіе. Отсюда онъ вмѣстѣ съ названіемъ своимъ попадаетъ на греческій абакъ и пріобрѣтаетъ здѣсь значеніе по положенію. Еще до значенія по положенію, т. е. до абака, онъ проникаетъ въ Индію (V). На абака, на его жетонахъ, знакъ этотъ пріобрѣтаетъ не только значеніе по положенію, но и способъ

ность кувыркаться и этою способностью широко пользуется. Рядомъ съ прежнимъ, стоящимъ на ногахъ знакомъ, онъ вверхъ ногами (IV cd) проникаетъ вновь въ Индію, гдѣ рядомъ съ нимъ сохранился и прежній знакъ. Отсюда или самостоятельно съ абака, онъ попадаетъ и къ восточнымъ арабамъ.

Шестерка ставитъ насъ въ затрудненіе, похожее на то, которое доставила намъ восьмерка, хотя и меньшее. Знакъ, похожій на шестерку западной группы (абакъ, гобаръ, алгоритмъ) и нашу, мы розыскать въ Индіи, пожалуй, можемъ (Vab), но лишь до значенія по положенію, а вѣдь индусскія цифры пошли на западъ, по свидѣтельству арабовъ, со значеніемъ по положенію. Но цифра шесть у индусовъ со значеніемъ по положенію (IV cd) нисколько на шесть западной группы не похожа. Правда, она даетъ гораздо большее разнообразіе формъ, чѣмъ обыкновенно думаютъ тѣ, которые приводятъ только IV C, Dab, но ни одна изъ нихъ для насъ негодится. Дѣло обстоитъ еще того хуже: и у восточныхъ арабовъ, если исключить III Fcd, которая намъ, дается изъ берлинской рукописи XII—XIII вв., нашей шестерки нѣтъ. У нихъ преобладаетъ форма III A cd, которая похожа на пятерку на абакѣ, гобарѣ, въ алгоритмѣ и, даже, въ Индіи. Конечно, ничего другого не оставалось, какъ снисходительно допустить, что восточные арабы закапризничали, не захотѣли походить на другихъ и сдѣлали пятерку шестеркой. Такъ какъ я очень заинтересованъ въ поддержкѣ индусской теоріи и такой способъ дѣйствія считаю лучшимъ для ея опроверженія, то я сдѣлаю первый въ исторіи цифръ опытъ привести всѣ три группы къ желанному единству. Это вполне возможно по линіи *cd*. У абацистовъ, благодаря кувырканию жетоновъ, извѣстна

шестерка кверху ногами *cd*. Если вѣрить берлинской рукописи 307, то и здѣсь алгоритмики сохранили изъ извѣстнаго имъ абака этотъ вариантъ шестерки II *Acđ*, неизвѣстный ихъ учителямъ западнымъ арабамъ. Но несомнѣнно, что именно эту форму шестерки мы находимъ преобладающей у восточныхъ арабовъ. Эта форма, деформируясь въ скорописи, создала путемъ выпрямленія круглой линіи черезъ III *Bcd* угловатую форму III *Ccd*, а путемъ наоборотъ закругленія прямой вертикальной палочки формы, похожія на латинское *G* или латинское курсивное *E*, т. е. III *D*, *E cd* и III *F cd* (дальнѣйшая скорописная деформация—формы III *G*, *Hcd*). Если такъ, то съ формой III *Fcd* совершенно сходна индусская форма IV *Acđ*, отъ которой путемъ каллиграфической деформации въ восточномъ вкусѣ образуются IV *B*, *C*, *D cd*, а въ упрощенномъ направленіи IV, *E*, *F*, *G*, *Hcd*. Дикимъ стоитъ только вариантъ IV *Icd* изъ рукописей XI в. Формы нижняго ряда IV (*cb*?) могутъ быть осмыслены, какъ „поворотъ на ножкѣ“ с—а формы *cd*, такъ чтобы *d* попала на право, а *e* на лѣво, если опять это не будетъ признано за *fausses couchés* палеографической интерпретации, каковая опасность уже угрожала намъ въ девяткѣ (см. выше стр. 152). Форму IV *Ncb* предоставляемъ объяснить другимъ.

Понравится ли нашъ опытъ интерпретации, или нѣтъ, не знаю. Но это все, что я могу для индусовъ сдѣлать. Во всякомъ случаѣ, предполагаемое путешествіе старой индусской шестерки (V) уже со значеніемъ по положенію на западъ остается графически не иллюстрированнымъ, если опять не предположить нигдѣ на землѣ не оставившаго слѣда *saltomortale*, какъ это мы уже разъ сдѣлали въ восьмеркѣ (см. выше стр. 156). Прямой дороги изъ

„древнихъ индусовъ въ абацисты“ нѣтъ. Если такъ, то шестерка гобаръ виситъ на воздухѣ и ей ничего не остается, какъ опуститься на абакъ. Западные арабы взяли ее у абацистовъ и при усвоеніи писчей ариеметики сохранили, воображая, что и она индусскаго происхожденія. Но откуда взяли ее абацисты? Они называютъ ее „кальтисъ“, форма неизвѣстная ни арабамъ, ни индусамъ. Я думаю¹, что ближе всего стоитъ названіе шести въ тюркскихъ языкахъ „alti“, которое съ грубымъ горловымъ акцентомъ или придыханіемъ могло произноситься, какъ „chalti, calti“.

Итакъ, шестерка абацистовъ, гобаръ и ведущихъ ее къ намъ алгоритмиковъ не могла быть заимствована изъ Индіи, хотя въ старой Индіи и встрѣчается нѣчто подобное (V Aab) безъ значенія по положенію.

Исторію же шестерки можно конструировать такъ. Шестерка есть единица сверхъ пяти. Знакъ ея образовался, или изъ извѣстной абацистамъ формы пятерки съ прибавленной единицей, или же прямо изъ діакритической единицы (въ родѣ индусской единицы IV F, только въ обратномъ положеніи). Онъ выработался у народа, который называлъ его числительнымъ, похожимъ на „кальтисъ“, т. е., вѣроятно, уралоалтайскаго племени. Отъ нихъ, или прямо, или черезъ Месопотамію и Халдею, онъ попалъ еще въ древнее время въ Индію. Изъ Халдеи онъ съ своимъ названіемъ переходитъ на греческій абакъ и здѣсь пріобрѣтаетъ значеніе по положенію, а также способность кувыраться. Съ абака онъ попадаетъ кверху ногами въ деформированной формѣ *cd* въ Индію (IV A, B, *cd* и т. д.) и только въ этой обратной формѣ извѣстенъ писчей новой

¹ Арием. самост. евр. культ. стр. 89.

индусской ариметикѣ. Стоящій же на своихъ ногахъ старый знакъ (V ab) былъ забытъ. Въ этомъ же обратномъ видѣ онъ изъ Индіи, или прямо съ абака попадаетъ къ восточнымъ арабамъ. Наконецъ, по абаку же онъ въ обѣихъ формахъ и съ своимъ незапамятныхъ временъ названіемъ извѣстенъ абакистамъ, у которыхъ его заимствуютъ западные арабы и черезъ алгоритмиковъ передаютъ намъ.

Итакъ послѣдніе пять наиболѣе характерныхъ знаковъ нами разсмотрѣны, но въ результатѣ получилось не то, что, судя по рассказамъ, слѣдовало бы ожидать. Монополія Индіи является, по меньшей мѣрѣ, не доказанной. Пластическій, болѣе эмбриональный какъ по своему виду (жетонъ), такъ и по своему употребленію (еще не специализировался на счетъ пустыхъ разрядовъ, но дѣлаетъ это иногда въ качествѣ любителя) нуль абакистовъ только самъ въ Индіи могъ обратиться въ письменный знакъ и есть родоначальникъ индусскаго письменнаго нуля, а не наоборотъ. Въ восьмеркѣ между крайнимъ западомъ (абакистами) съ одной стороны, серединой и востокомъ съ другой стороны наблюдается полный разрывъ. Для девятки мы видѣли въ числѣ вариантовъ похожую на абакистскую форму въ Индіи и до значенія по положенію и со значеніемъ по положенію, но нѣтъ ровно никакого основанія производить абакистскую девятку отъ этого затеряннаго въ числѣ прочихъ варианта. Семерка въ Индіи даетъ, помимо сходной съ семеркой на западѣ формой, еще много вариантовъ, приближающихся къ формѣ двойки (IV C, Dab), даже девятки (IV H-Lab). Предположимъ, что эти варианты генетически связаны съ формой IV A, B, E, F, Gab, однако нѣтъ основанія думать, что западъ взялъ свою форму изъ Индіи, тѣмъ болѣе, что по серединѣ между ними попадаетъ совсѣмъ другая форма восточныхъ

арабовъ, которая, какъ письменный знакъ (кувырка-
ніе!) объясняется только при помощи перехода че-
резъ жетонъ абака. Эту обратную форму семерки (*cd*)
мы находимъ и въ Индіи, но только со значеніемъ
по положенію. Что касается шестерки, то преобла-
дающія формы индусской писчей ариѳметики (*IV cd*)
представляютъ разрывъ со старой традиціей до зна-
ченія по положенію, который объясняется опять
таки положеніемъ жетона на абакѣ. Старая индус-
ская шестерка перевернулась кверху ногами и въ
этой формѣ мы ее находимъ и у восточныхъ ара-
бовъ.

Отсюда такое заключеніе. Индусскій нуль есть
письменное изображеніе жетона абака. Восѳмерки
нашей въ Индіи нѣтъ. Три остальные знака, пови-
димому, явились въ Индію дважды: безъ значенія
по положенію и со значеніемъ по положенію, при
чемъ свое значеніе по положенію они пріобрѣтаютъ,
очевидно, на жетонахъ абака. По крайней мѣрѣ,
они со значеніемъ по положенію начинаютъ ку-
выркаться, что даетъ для семерки параллельныя
формы со значеніемъ по положенію (*ab, cd*), а для
шестерки дѣлаетъ разрывъ со старой традиціей и
даетъ гражданство со значеніемъ по положенію какъ
разъ кувыркающимся формамъ.

На абакѣ же о настоящей родинѣ нашихъ цифръ
сохранилось цѣнное указаніе. Это названія знаковъ.
Что говорятъ эти названія? Названіе нуля ведетъ
насъ въ Грецію. Остальныя четыре (для 9—6), во
всякомъ случаѣ, указываютъ не на Индію, а на
другой народъ уралоалтайскаго корня (9, мож. 6.
и 7, 6) и на проходъ черезъ семитовъ (8).

Что скажутъ намъ *остальныя цифры*, какъ то:
пятерка, четверка, тройка, двойка и единица? Мы ви-
дѣли въ предыдущей главѣ (стр. 39—53), что здѣсь
сходство цифръ у разныхъ народовъ совмѣстимо и съ

полной самостоятельностью происхожденія въ разныхъ мѣстахъ. Однако, послѣ предыдущихъ только что нами произведенныхъ сопоставленій, намъ нѣтъ надобности особенно эксплуатировать этотъ нашъ выводъ. Если сходные знаки мы находимъ у Индусовъ для 0, 9, 7, 6, и готовы допустить единство ихъ происхожденія, то почему сходство знаковъ 5, 4, 3, 2, 1 объяснять инымъ образомъ? Напротивъ, мы станемъ на самую благопріятную для индусовъ точку зрѣнія: предположимъ единство происхожденія сходныхъ формъ и для 5, 4, 3, 2, 1 у разныхъ народовъ.

Для *пятерки* таблица № 2 сразу устанавливаетъ отрадный фактъ. На крайнемъ западѣ (абакъ, го-баръ, алгоритмъ) и крайнемъ востокѣ мы констатируемъ присутствіе совершенно сходныхъ формъ: абакъ, I A B Cab, II A—Fab, IV A—Cab. Въ предыдущей главѣ мы колебались, какую изъ формъ признать первоначальной: форму ли I Aab, II A—Eab, которая есть изображеніе руки, или же форму имѣющую болѣе курсивный характеръ I B, Cab, II F—Iab, которая есть, можетъ быть, курсивная буква E, образованная изъ пяти въ видѣ буквы E расположенныхъ палочекъ (см. выше стр. 52). Болѣе позднее происхожденіе современной нашей пятерки у алгоритмиковъ (II K, Lab) несомнѣнно. Ее даютъ намъ лишь XV и XVI вв. въ Европѣ. Ни арабамъ, ни индусамъ она неизвѣстна. Она есть не болѣе, какъ калиграфическое, а можетъ быть и диакритическое видоизмѣненіе формъ II H, Iab, которыя приближаются по своему виду къ девяткѣ. Верхняя кривая вверху переломлена въ двухъ мѣстахъ, а соединяющій верхнюю и нижнюю кривую уголъ закругленъ. У индусовъ форму IV Aab мы находимъ уже съ IX вѣка, а всѣ остальные до IV Nab будемъ разсматривать, какъ графическія измѣненія

этой первоначальной (IV Aab). Дикими формами у индусовъ являются IV Kab и особенно IV M, Nab. Форма IV Nab, только случайно сходная отчасти съ нашей пятеркой, есть очевидное измѣненіе совершенно съ нашей и другими ничего общаго не имѣющей формы IV Mab, объяснить которую предоставляю другимъ.

Праздникъ мира и согласія основныхъ формъ пятерки двухъ крайнихъ крыльевъ цифроваго разсѣянія нарушается однако крупнымъ скандаломъ въ центрѣ, который дѣлаетъ большое затрудненіе индусамъ при передачѣ ихъ пятерки на крайній западъ. Какъ бы эта передача могла произойти, когда по срединѣ, у восточныхъ арабовъ, мы находимъ формы, которыя, по общему признанію, ничего общаго ни съ индусскими, ни съ западно-арабскими не имѣютъ? Положимъ, форма III Acd есть не болѣе, какъ ошибка Кантора, которую мнѣ было достаточно повторить за нимъ одинъ разъ¹. Формы, похожей на греческую бету, у восточныхъ арабовъ, по справкамъ, не оказывается, а есть лишь бета кверху ногами III Aab, но и обратную бету никому еще не удалось сблизить съ западной и восточными формами. А вѣдь тутъ есть еще въ придачу и нѣчто въ родѣ омеги (III Cab), и восьмерки (III E, F, G, H, I, Kab) и даже, о ужасъ, нуля (III Lab).

Я очень радъ выступить въ роли примирителя. Обратная бета III Aab есть не болѣе, какъ таже извѣстная намъ курсивная форма пятерки, которую мы находимъ не только у абадистовъ, но и у западныхъ арабовъ I B, Cab и алгоритмиковъ II Fab, только нижній загибъ вправо развитъ вверхъ и загнутъ. Это не можетъ подлежать никакому сомнѣнію. Если

¹ Тамъ же, стр. 83.

такъ, то теперь насъ не устрашаютъ никакіе омеги, восьмерки и нули. Формы III B, CaB ясно происходятъ отъ III Aab. Отъ III CaB происходитъ путемъ сглаженія волнистой кривой III Dab. Отъ III Dab путемъ закругленія хвостика влѣво до соприкосновенія съ другимъ концомъ нижней круговой линіи образуется нуль III Lab. Что это не фантазія, ясно указываетъ совершенно сходное съ моимъ мнѣніе вѣнскаго арабиста, проф. Карабачека, который III Lab тоже производитъ отъ III Aab и ссылается при этомъ на полную возможность прослѣдить эту постепенную трансформацію по документамъ¹. Отъ III Dab легко происходятъ формы въ видѣ восьмерки III Fab и III G—Kab, а также съ другой стороны и разстегнутая вверху восьмерка III Eab.

Такимъ образомъ, полное согласіе всѣхъ трехъ группъ восстановлено, но слѣдуетъ ли отсюда, что абацистская пятерка происходитъ въ концѣ концовъ отъ индусской? Врядъ ли! Прежде всего обращаетъ на себя вниманіе тотъ фактъ, что сходная съ абацистской форма пятерки у индусовъ засвидѣтельствована не ранѣе IX в. Въ болѣе же древнее время до значенія по положенію индусамъ извѣстны такія формы пятерки, V D, E, F cd, которыя съ предыдущими ровно ничего общаго не имѣютъ. Формы V A, B, C cd тоже врядъ ли можно сблизить съ абацистской cd. Первоначальное положеніе пятерки, изображающей руку съ кистью или скорописное E (изъ пяти палочекъ) есть, конечно, ab. У абацистовъ положеніе cd связано съ жетономъ и, слѣдовательно, съ значеніемъ по положенію. Но какая сила повернула бы V A B C cd безъ значенія по положенію, т. е. до абака? Такихъ явленій писъмо не даетъ. Поэтому я и V A B C cd считаю за

¹ См. выше стр. 116.

совершенно иную форму пятерку, въ позднѣйшей индусской ариметикѣ замѣненную формой IV Aab, которая принесена на смѣну прежнихъ формъ, очевидно, тѣмъ же абакомъ. Абацисты называютъ свой знакъ словомъ *Quīmas*, которое только случайно похоже на *quinque*, *quini*. По общему мнѣнію специалистовъ, „*quīmas*“—семитическаго происхожденія и должно быть, сближено съ ассирійскимъ „хамшу“ (камшу), еврейскимъ „хамешъ“ (каmeshъ) или арабскимъ „хамша“. Было бы опять необъяснимымъ капризомъ традиціи, еслибы и въ этомъ случаѣ индусское изобрѣтеніе получило бы семитическое крещеніе.

Не проще ли представлять себѣ исторію пятерки такъ? Пятерка есть или схематически изображенная рука или скорописное Е (пять палочекъ). Какъ письменный знакъ, она была извѣстна безъ значенія по положенію въ Халдеѣ, куда она могла быть занесена тѣмъ же народомъ, который далъ ассирійцамъ письмена, и гдѣ она получила названіе по семитическому числительному „хамшу“. Отсюда вмѣстѣ съ названіемъ она попала на греческій абакъ, здѣсь пріобрѣла значеніе по положенію и отсюда вмѣстѣ съ своимъ нелатинскимъ названіемъ попада къ западнымъ латинскимъ абацистамъ, у которыхъ заимствована западными арабами и алгоритмиками. Вмѣстѣ съ абакомъ она попала и къ восточнымъ арабамъ, у которыхъ однако скоро и совершенно самостоятельно выработалась въ причудливыя формы, не объясняющіяся индусскими, а также и къ индусамъ, гдѣ она вытѣснила прежнія архаическія формы. Въ Индіи она обратилась въ письменный знакъ и, когда стала вмѣстѣ съ индусской письменной ариметикой распространяться на западъ, арабы удержали свои формы, считая и ихъ.

индусскими, съ которыми онѣ такъ или иначе общаго происхожденія.

Я думаю, что и для *четверки* моя таблица № 2 сведетъ все разнообразіе формъ въ разныхъ группахъ къ гораздо большому единству, чѣмъ какое было достигнуто до сихъ поръ. Возможно спорить, происходитъ ли форма алгоритмиковъ II A—M прямо отъ абацисткой четверки въ положеніе *da*, или ее слѣдуетъ сблизить съ абацистской и западныхъ арабовъ формой *ab*. Направленіе выгиба правой конечности въ формѣ II A, повидимому, древнѣйшей изъ всѣхъ формъ алгоритмиковъ, заставляетъ меня смотрѣть на нее, какъ на *da*, но спорить я не стану. Важно замѣтить себѣ слѣдующее: нашей современной четверки II K, L, M нѣтъ ни у кого кромѣ позднѣйшихъ (не ранѣе XIII и даже XV и XVI вв.) европейскихъ алгоритмиковъ. Она произошла діакритическимъ способомъ изъ формъ II E, F, G, I, которыя сильно смахивали на девятку, путемъ обращенія кривой въ ломанную. Кривая же въ нихъ есть та самая петля II B, C, D, которую даютъ также алгоритмики и которая черезъ II A восходитъ къ формамъ абацистовъ и гобаръ путемъ атрофіи всего другого, что находилось вправо отъ петли и усложняло изображеніе знака на письмѣ. Въ этомъ отношеніи развитіе у алгоритмиковъ шло въ направленіи, обратномъ гобаръ, гдѣ какъ разъ петля тушется, а правый конецъ сохранился. Тоже, что въ гобаръ, мы замѣчаемъ у восточныхъ арабовъ, гдѣ отъ III Aab вырабатывается похожая на латинское N форма III Baa. III Cab не что иное, какъ видоизмѣненіе III Aab. Но у восточныхъ арабовъ, помимо лежащихъ, встрѣчаются и стоячія формы четверки III Abc, которыя опять таки заставляютъ насъ думать, что восточные арабы усвоили формы четверки прямо съ абака (*ab*, *bc*), а не изъ индус-

ской ариеметики, которая давала только одно изъ ея положеній у восточныхъ арабовъ. Четверкъ индусской IV Abs, какъ письменному знаку, нечего было ложиться у восточныхъ арабовъ въ положеніе *ab*. Всѣ остальные формы *bc* у восточныхъ арабовъ (кромѣ развѣ III K, Lbc) можно вывести изъ III Abs. III Bbc отличается отъ III Abs только закругленіемъ верхняго угла. III C, D, Ebc объясняются изъ III Bcb путемъ отклоненія всей верхней половины вправо. Атрофія верхней части вертикальной прямой въ III Ebc или III Dbc создаетъ формы III F, Gbc, а отпаденіе нижняго конца въ III F Gbc, даетъ III Hbc и даже III Ibc. Дикими являются только формы III K, Lbc.

У индусовъ четверка имѣетъ нѣсколько формъ, изъ которыхъ нѣкоторыя сходны съ S или съ буквой S. Первоначальной для нихъ я въ интересѣ индусовъ готовъ считать IV Abs, что приблизить ее какъ можно ближе къ формамъ абацистовъ и арабовъ (особенно гобаръ). Тогда развитіе у индусовъ формъ четверки до IV Fbc, дающей совершенную восьмерку, представить полную аналогію развитія ея у алгоритмиковъ: здѣсь тоже атрофируется все кромѣ петли, только петля стоитъ разомкнутыми концами вверхъ, что вполне объясняется изъ положенія IV Abs, и даже эти концы, замыкаясь, создаютъ иллюзію восьмерки IV Fbc. IV Gbc образуется, по моему мнѣнію, изъ размыканія у пересѣченія обѣихъ половинъ IV Fbc, т. е. формы, сходной съ восьмеркой. Дикой остается только IV Hbc.

Всѣ первоначальныя формы четверки (абакъ *ab*, I Aab, III Aab, IV Abs), повидимому, удовлетворительно объясняются изъ индусской же четверки до значенія по положенію, представленной съ разными варіаціями V A—Gbc. Что такое индусская четверка

до значенія по положенію? Ее врядъ-ли можно объяснить какъ 5—1 изъ формы пятерки IV Aab минусъ единица, такъ какъ формы пятерки IV Aab въ Индіи до значенія по положенію, какъ мы видѣли, искать не приходится и она документально не представлена. Поэтому V Abs и подобныя, можетъ быть, въ самомъ чистомъ видѣ V Ebc слѣдуетъ осмысливать, какъ четыре палочки, расположенныя условнымъ образомъ. Но въ этомъ отношеніи куда проще бактрійская и индусская форма четверки V Hbc, образовавшаяся изъ четырехъ крестообразно расположенныхъ палочекъ. Несомнѣнно, что для изобрѣтенія такого простого знака можно обойтись (вопреки мнѣнію Bauley ¹) и безъ бактрійцевъ и предоставить многимъ народамъ право самостоятельно изображать четверку четырьмя палочками. Такое право въ частности для запада обезпечивается формой знака для трехъ оболъ (у Исидора ²), которая похожа на букву T и знаменуетъ собой три крестообразно сложенные палочки, къ которымъ для четверки осталось только сверху прибавить еще одну палочку для полученія совершеннаго креста. А изъ креста при изображеніи его скорописью, не отнимая руки, образуется, какъ мы видѣли въ предыдущей главѣ (стр. 49) обязательно тотъ знакъ, который мы находимъ у абацистовъ, западныхъ и восточныхъ арабовъ. При такихъ условіяхъ, утверждать, что абацисты непременно свой знакъ усвоили изъ Индіи, было бы, по меньшей мѣрѣ, рискованно. Вѣдь абацисты могли ее заимствовать изъ Индіи только ранѣе арабовъ. Заимствованіе абацистами цифръ у арабовъ противорѣчитъ абацистской древнѣйшей традиціи и самой

¹ См. выше стр. 128.

² См. табл. № 1, VI A, B, bc.

сущности ихъ ариѳметики¹. Если же они заимствовали бы ее прямо изъ Индіи до арабовъ, то почему они называли бы ее семитическимъ словомъ „arbas“ (ассир.: irbau, еврейск.: арбаахъ?).

Мнѣ кажется, что четверка выработалась изъ четырехъ крестообразно расположенныхъ палочекъ въ скорописный знакъ I Aab у того самаго народа, у котораго выработались и другія цифры въ скорописные знаки: Вмѣстѣ съ этимъ народомъ этотъ знакъ попалъ въ Месопотамію еще безъ значенія по положенію и здѣсь получилъ отъ семитическаго числительнаго названіе arbas. Отсюда онъ вмѣстѣ съ именемъ своимъ попалъ на абакъ, на которомъ получилъ значеніе по положенію и способность куврыкаться, каковую мы наблюдаемъ не только у абакистовъ, но и у восточныхъ арабовъ. Отсюда же онъ могъ явиться и въ Индію, гдѣ встрѣтился не только съ своимъ прототипомъ крестомъ, то и съ другой болѣе искусственной формой изображенія четверки четырьмя палочками (V A—Gbc). Обѣ эти послѣднія формы могли возникнуть здѣсь вполнѣ самостоятельно, а вторая изъ нихъ по своему виду приближалась къ скорописной четверкѣ (IV Abc), заимствованной изъ другого источника. Но между ними есть и разница, Петли, которая есть столь прочный элементъ четверки въ позднѣйшей индуской ариѳметикѣ (IV A—Fbc), а также на крайнемъ западѣ (абакъ, алгоритмъ), здѣсь (V A—Gbc) въ древней формѣ нѣтъ и помина.

Что касается *тройки*, то, какъ мы видѣли въ предыдущей главѣ, это есть скорописный знакъ, образовавшійся изъ трехъ параллельно поставленныхъ палочекъ. Эта его первоначальная форма довольно ясна у абакистовъ въ положеніи *da* и

¹ См. выше гл. II 1, стр. 97—100.

иногда вновь воскресаетъ въ своей чистой формѣ у восточныхъ арабовъ (III Kda). Попытку образовать тройку изъ трехъ не параллельныхъ, а сходящихся палочекъ (въ формѣ буквы T) мы встречаемъ, какъ вариантъ, только у алгоритмиковъ II K, L, Mab. Это ихъ новое творчество насъ не должно удивлять, такъ какъ оно вполне аналогично наблюдаемому нами и въ гораздо болѣе древнія времена (ср. три обола у Исихора, табл. № 1, VI A Bbc). Всѣ остальные формы таблицы № 2 (абакъ, I, II, III, IV) вполне объясняются указаннымъ выше способомъ изображенія тройки, могли возникнуть у разныхъ народовъ вполне самостоятельно и, несомнѣнно, возникали (ср. обозначеніе дней мѣсяца въ древнемъ Египтѣ, табл. № 1, VI Ccd). Форма здѣсь намъ ничего не скажетъ на вопросъ о происхожденіи тройки абацистовъ. Вернемся къ ея названію у абацистовъ: *ogmis*. Оно, во всякомъ случаѣ, не индусскаго происхожденія, а черезъ венгерскія числительныя *harom*, *harm* и финскія (*qûrmi*, *qôrmi*) форма ведетъ насъ черезъ Уралъ на Алтай.

Исторія тройки поэтому такова. Это скорописное изображеніе трехъ параллельно расположенныхъ палочекъ, которое могло появиться самостоятельно въ разныхъ мѣстахъ. Появилось оно и у того народа, который называлъ тройку именемъ похожимъ на *ogmis*, *hormis*, *horom*, *harom*. Отсюда попалъ этотъ знакъ въ Месопотамію, гдѣ сохранилось его экзотическое названіе. Отсюда вмѣстѣ съ названіемъ попалъ онъ на греческій абакъ, и отсюда идетъ традиція абацистовъ. Отсюда же, можетъ быть, объясняется его кувыркание у алгоритмиковъ, которые, помимо западно арабскихъ формъ (*cd*), сохраняютъ абацистскія (*ab*, *da*), и у восточныхъ арабовъ (*da*, *cd*). У индусовъ этотъ скорописный знакъ

является только со значеніемъ по положенію, вѣроятно, тоже съ абака, представляя рѣзское новшество по отношенію къ древней эпохѣ (V), и только въ формѣ *cd* (IV A—Icd), такъ какъ IV Aab едва ли не описка (Villicus для IX, и Tavernier для XVII в.).

Все сказанное о тройкѣ можно повторить и о *двойкѣ*, которая есть скорописно изображенныя двѣ параллельныя палочки. Угловатыя формы, напоминающія двѣ сходящіяся палочки въ родѣ II E, Fab или III Bcd есть уже результатъ порчи первоначальнаго знака. Названіе двойки у абацистовъ „andras“ есть загадка, но, во всякомъ случаѣ, не индусская.

Единица, если исключить украшительныя стремленія включительно до превращенія ея въ нѣчто похожее на двойку (II G), на тройку (II H) и даже девятку (IV F, G, H или двойку), не требуетъ никакихъ объясненій. Ея изобрѣтеніемъ мы можемъ кредитовать любой народъ. Но вотъ названіе ея у абацистовъ „igin“ ведетъ насъ опять на Алтай (финское „ik“, откуда ikin, igin) и еще разъ подтверждаетъ цѣльность абацистской традиціи цифръ, идущей во всякомъ случаѣ, не изъ Индіи.

С. С. С. С. С.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Припоминая выработанные нами выше условія разсмотрѣнія таблицы № 2, безъ которыхъ Индія не можетъ быть признана прародиной нашихъ цифръ, мы не можемъ похвалиться, чтобы они были выполнены.

1. Дала ли намъ Индія формы знаковъ, которыя въ генетическомъ отношеніи можно было бы признать за первоначальныя, по самому ихъ графическому составу? 1, 2, 3, какъ мы знаемъ, ничего въ этомъ отношеніи сказать не могутъ, какъ слишкомъ элементарно образующіяся изъ соотвѣтственнаго количества параллельныхъ палочекъ. Для четверки являлась нѣкоторая возможность считать ее за четыре палочки, сложенныя извѣстнымъ, по видимому, только Индіи условнымъ образомъ (V Ebc), но знакъ IV Abs, который отсюда могъ бы выработаться и который можно было бы разсматривать за первоначальный, легко образуется и изъ четырехъ палочекъ, расположенныхъ гораздо болѣе естественнымъ образомъ, а этотъ способъ (крестъ) извѣстенъ едва ли не раньше индусовъ бактрійцамъ и самъ собою могъ возникнуть и въ нѣсколькихъ мѣстахъ самостоятельно. Для восьмерки западной группы и нашей Индія даже ровно никакого графическаго матерьяла не даетъ. Индусскій нуль долженъ быть признанъ по своему графическому составу только писчей копіей съ извѣстнаго

абацистамъ жетона. Семерка, если она есть, что весьма вѣроятно, двойка сверхъ пяти, даетъ у абацистовъ едва ли не самую простую и первоначальную форму. Девятка, шестерка и пятерка не представляютъ въ Индіи тоже ничего болѣе первоначальнаго въ графическомъ отношеніи.

Въ смыслѣ древности знаки сходные съ абацистскими для четверки, пятерки, шестерки, семерки и девятки представлены для Индіи болѣе древними документами, чѣмъ какія могутъ предъявить арабы и абацисты, отчасти даже еще безъ значенія по положенію, но это не богъ знаетъ какая древность. Она не древнѣе греческой традиціи абацистовъ. Кромѣ того, ровно ничѣмъ не засвидѣтельствовано, что они изобрѣтены непременно въ Индіи. А все другое, что мы наблюдали относительно этихъ цифръ, дѣлаетъ ихъ индусское происхожденіе крайне сомнительнымъ.

2. Если предположить ихъ индусское происхожденіе, то первое затрудненіе, которое даютъ намъ формы цифръ, способно насъ обезкуражить. Оказывается, что наименѣе сходства съ восточной (индусской) группой обнаруживаетъ именно средняя, ближайшая къ ней группа восточныхъ арабовъ. Вѣдь арабы изъ Индіи ихъ могли усваивать только на востокѣ. Почему же, если исключить первыя четыре мало говорящія цифры, сходство этой группы съ индусской представлено въ сущности только девяткой? Пятерка же, шестерка, семерка и восьмерка даютъ очень отъ индусскихъ отличающіяся формы. Хотя мы и сдѣлали попытку свести эти формы къ сходству съ индусскими, но это достигнуто нами только путемъ выбора нѣкоторыхъ болѣе намъ удобныхъ формъ и попытки произвести отъ нихъ другія при посредствѣ палеографической интерпретаціи и не безъ содѣйствія

кувыркающихся формъ абацистовъ. Необходимость всего этого мало говорить въ пользу непосредственного воспріятія восточными арабами цифръ индусскихъ вмѣстѣ съ ариеметикой. Вѣдь въ Индіи они были въ то время уже скорописными письменными знаками. Чѣмъ же тогда объяснялось бы новое неожиданное графическое творчество восточныхъ арабовъ и гдѣ необходимое для этого время? Вѣдь если пятерка въ формѣ нуля (III Lab) является документально представленной только съ XIV в., то вѣдь бета обратная (III Bab) фигурируетъ уже въ X вѣкѣ, а ведущая отъ беты къ нулю восьмерочная форма (III Fab) уже попадаетъ въ IX! Въ томъ же IX в. мы встрѣчаемъ такую форму для шестерки (III Ccd), которую мы объяснить можемъ только изъ III Acd. Обѣ они очень отличаются отъ индусскихъ, а III Acd въ частности напоминаетъ пятерку индусовъ. Для семерки мы находимъ уже въ IX вѣкѣ (III Bcd) форму, похожую на одну изъ формъ абацистовъ, которую съ индусскими (IV cd) мы съ грѣхомъ пополамъ сблизили только черезъ форму IV Acd, засвидѣтельствованную только въ XVIII в. Для восточноарабской восьмерки уже X вѣкъ даетъ форму III Cab ничего ни съ индусскими (если не считать отдаленное сходство съ формой IV Lab, представленной южн. рук. XI в.), ни съ западной не имѣющую.

Все это былъ бы необъяснимый графическій капризъ.

3. Онъ становится еще болѣе необъяснимымъ, если принять въ соображеніе, что у арабовъ западныхъ, которые стоятъ гораздо дальше отъ Индіи, для пятерки, шестерки, семерки находятся въ употребленіи формы, примыкающія къ индусскимъ гораздо ближе, чѣмъ восточно-арабскія. Индусская пятерка и семерка, да и шестерка (до значенія по

положенію) какимъ то чудомъ перескакиваютъ черезъ середину съ праваго крыла на лѣвое. Западно-арабская восьмерка никакими прыжками ни откуда не объясняется.

4. На бѣду, къ тому же, цифры западныхъ абацистовъ обнаруживаютъ наибольшее сходство съ цифрами западно-арабскими и, слѣдовательно, болѣе похожи на индусскія, чѣмъ на восточно-арабскія. Между тѣмъ, единственные подлинныя свидѣтели о переходѣ цифръ изъ Индіи вѣдь арабы, а единственно установленное ими время для этого VIII—IX вв. Изъ Индіи къ абацистамъ на крайнемъ западѣ, при допущеніи справедливости этого свидѣтельства, цифры могли попасть только черезъ восточныхъ и западныхъ арабовъ, т. е. цифры абацистовъ должны были бы быть самими отдаленными по формѣ отъ индусскихъ, а наблюдается какъ разъ обратное.

5. При такихъ условіяхъ выводеніе всѣхъ трехъ группъ, восточной, средней, западной изъ четвертой является не только возможностью, какъ это мы предположили только раньше (стр. 102), но даже скорѣе необходимостью. Нужно избрать другое болѣе центральное мѣсто для точки отправленія цифроваго разсѣянія и указать для этого разсѣянія другое болѣе продолжительное время. Мѣсто должно быть такое, чтобы изъ него цифры могли тремя независимыми потоками пойти въ Индію, къ восточнымъ арабамъ, западнымъ арабамъ и абацистамъ, а время нужно отодвинуть много назадъ, назадъ отъ VIII в. по Р. Х., чтобы дать возможность цифрамъ подвергнуться внутри каждаго изъ потоковъ самостоятельнымъ графическимъ измѣненіямъ.

6. Возможность самостоятельнаго появленія въ различныхъ мѣстахъ одинаковыхъ знаковъ для

цифръ исключена нами тѣмъ, что мы опираемся, главнымъ образомъ, на болѣе сложные и условные знаки для 5, 6—9, 0, а не на 1—4, (даже, можетъ быть 5). Нуль и девятка вездѣ встрѣчаются въ одинаковыхъ формахъ, для пятерки же, шестерки и семерки, при всѣхъ капризахъ графической традиціи, намъ тоже удалось, повидимому, свести все разнообразіе къ первоначальному единству.

7. Обстоятельства и время разсѣянія цифръ могутъ быть нами опредѣлены еще болѣе точно изъ оригинальнаго наблюдаемаго нами повсюду явленія, именно изъ кувырканія цифръ (и, можетъ быть, даже поворотовъ цифръ на оси въ плоскости бумаги). Такое кувырканіе у индусовъ производитъ семерка (ab , bc) и даже одно изъ ея положеній (bc) неизвѣстно Индіи до значенія по положенію. Шестерка въ Индіи до значенія по положенію стоитъ на ногахъ (ab), а послѣ приобрѣтенія значенія по положенію становится вверхъ ногами (cd , и даже чуть ли не поворачивается на оси въ плоскости бумаги). У восточныхъ арабовъ тоже кувырканіе даютъ двойка (bc , cd), тройка (da , cd), четверка. Въ западной группѣ такого кувырканыя нѣтъ только у западныхъ арабовъ, но это развѣ только доказываетъ, что изъ цифръ западнаго крыла арабская группа не самая старая, такъ какъ въ двухъ другихъ группахъ, у абацистовъ и алгоритмиковъ, такое кувырканіе наблюдается, подтверждая наблюдаемый и по самымъ формамъ цифръ фактъ примыканія алгоритмиковъ не только къ арабамъ, но и къ абацистамъ, изъ которыхъ вѣдь они и дѣлались алгоритмиками. У алгоритмиковъ кувырканіе наблюдается въ двойкѣ, тройкѣ, шестеркѣ (едва ли семеркѣ?). Но, помимо кувырканыя внутри отдѣльной группы, связь между всѣми ими поддерживается только интерпретаціей той или другой формы, какъ

варіирующей по своему положенію. Восточно-арабская (и отчасти индусская) семерка III *cd* есть вариантъ положенія семерки *ab* у абацистовъ, зап. арабовъ, алгоритмиковъ, индусовъ. Восточно-арабскую шестерку, а также и индусскую (*cd*) врядъ ли можно осмыслить иначе, какъ вариантъ положенія шестерки абацистовъ (*ab* и *cd*) и, можетъ быть, алгоритмиковъ. Тоже можно повторить о четверткѣ въ трехъ группахъ: она лежитъ въ трехъ положеніяхъ: *ab*, *da*, *bc*.

Наиболѣе сильное кувырканіе наблюдается однако у абацистовъ. У нихъ всѣ знаки подвижны: вращаются вокругъ оси перпендикулярной къ бумагѣ и даже лежащей въ плоскости бумаги. Девятка и та у нихъ не постѣснилась стать вверхъ ногами, не обращая вниманіе на скандалъ, создаваемой ея полнымъ сходствомъ въ этомъ положеніи съ шестеркой. Подвижность цифръ на абакѣ объясняется подвижностью жетоновъ. Только на жетонахъ знаки кувыркаются. Находящіеся на писчемъ матерьялѣ знаки имѣютъ, какъ показываетъ исторія всѣхъ письменъ, полную устойчивость.

Отсюда мы приходимъ къ выводу, что цифровое разсѣянiе происходило съ абака, т. е. въ то время, когда писчей (индусской) ариеметики еще не существовало, т. е. значительно раньше VIII и IX в. по Р. Х., или, другими словами, въ инструментальную эпоху развитія ариеметики. Это подтверждаетъ сдѣланное нами уже изъ самыхъ формъ цифръ заключеніе, что распространеніе цифръ должно было происходить много раньше того времени, о которомъ говорятъ арабы.

Разсмотрѣвъ вопросъ съ точекъ зрѣнія, установленныхъ нами выше (Гл. II. 1 стр. 101—103), и прійдя къ ряду интересныхъ и новыхъ выводовъ,

мы на этомъ не остановимся, а будемъ продолжать разсуждать.

8. Если цифры пошли въ общій всѣхъ народовъ оборотъ съ абака, то и свое значеніе по положенію онѣ должны были пріобрѣсти на абакѣ, что вполнѣ соотвѣтствуетъ характеру ариѳметической эволюціи, какъ она нами установлена въ Ариѳм. самостоят. евр. культ. Что значеніе по положенію имъ не было присуще съ самаго начала, ясно видно изъ того, что въ Индіи мы встрѣчаемъ (Табл. № 2, V) девятку, семерку и шестерку (и четверку?), несомнѣнно сходныя съ общими всѣмъ тремъ группамъ, но еще безъ значенія по положенію.

9. Если цифры стали разсѣиваться въ разныя стороны съ абака, то на абакѣ же нужно искать древнѣйшей традиціи о ихъ происхожденіи. Таковую я считаю себя въ правѣ видѣть въ названіяхъ девяти цифръ у западныхъ латинскихъ абаѳистовъ, которыя не объясняются ни изъ латинскаго, ни изъ греческаго, ни даже изъ индусскаго. Они представляютъ помѣсь соотвѣтствующихъ числительныхъ какого-то урало-алтайскаго языка, очень древняго, и древнесемитическаго въ родѣ ассирійскаго. Это показываетъ, что на абакѣ онѣ должны были явиться изъ страны, гдѣ такая помѣсь могла образоваться. Такой является древняя Халдея и Месопотамія. Географическое положеніе страны, добытой путемъ только что сдѣланнаго заключенія, какъ нельзя лучше отвѣчаетъ тѣмъ условіямъ, которыя мы установили выше на основаніи формы цифръ. Отсюда изъ Месопотаміи прекрасно объясняется цифровое распространенія тремя лучами: на западъ (въ бассейнъ средиземнаго моря), на востокъ въ Индію, и въ центръ (передняя Азія), а также и вѣковъ для объясненія графическихъ

преобразованийъ внутри каждой изъ группъ приобретается достаточное количество.

10. Присутствіе въ названіяхъ цифръ несемитическаго элемента, а также и извѣстный фактъ, что свою древнѣйшую культуру и даже письмена (клинопись) месопотамскіе семиты приняли отъ какого то другого азіатскаго народа, проникшаго въ Месопотамію раньше семитовъ и въ послѣдствіе покореннаго ими (въ III тысячел. до Р. Х.), заставляютъ насъ думать, что цифры абацистовъ, наши, арабовъ и индусовъ изобрѣтены этимъ азіатскимъ народомъ. Народъ этотъ называлъ 1—9 числительными своего языка, которыя были усвоены семитами и только для 4, 5, 8 уступили мѣсто семитическимъ. Курьезы подобнаго рода извѣстны и въ другихъ областяхъ вавилонской культуры, а насъ русскихъ удивлять не должны. Вѣдь и мы теперь покорно повторяемъ за греками свое „сорокъ“ (*тессарάκοντα*) и даже считаемъ его едва ли не самымъ русскимъ изъ числительныхъ. Московскія церкви мы привыкли мѣрить самою русскою мѣрою „сорока сороками“. Куда дѣлось славянское „четыредесять“?

11. Арабское (и повторяющихъ ихъ) свидѣтельство объ индусскомъ происхожденіи цифръ есть добросовѣстное лжесвидѣтельство. Оно внушено имъ индусами, которыя, усвоивъ цифры абака въ очень древнее время, навѣрно до Р. Х., переработавъ ихъ нѣсколько и удержавъ для письменной ариеметики, въ VIII и IX по Р. Х., разумѣется, считали ихъ за свое изобрѣтеніе, какъ и ариеметику положенія. Оно объясняется и сходствомъ усвоенныхъ изъ Индіи вмѣстѣ съ писчей ариеметикой цифръ съ тѣми, которые арабамъ были извѣстны уже по абаку и даже въ двухъ вариантахъ, въ видѣ восточно и западно-арабскихъ. Они, усвоивъ

писчую ариметику въ VIII—IX вв., удержали свое привычное начертаніе цифръ своего абака, съ которымъ они у грековъ и у латинянъ, разумѣется, должны были незадолго до появленія индусской ариметики познакомиться.

12. Такъ подтверждается изъ формъ цифръ и добытое нами изъ другихъ источниковъ (см. выше 97—100) убѣжденіе, что абацисты X вѣка знали рядомъ съ римскими и греческими на абакѣ еще и знаки, являющіеся прототипами нашихъ, какъ классическую традицію вмѣстѣ съ абакомъ, и отнюдь не могли брать ихъ у соприкасающихся съ ними западныхъ арабовъ. Наоборотъ, западные арабы взяли свои цифры у западныхъ абацистовъ, знакомыхъ съ ними, какъ съ вариантами мѣтокъ на жетонахъ абака, съ незапамятныхъ временъ, и, удержавъ ихъ при усвоеніи индусской писчей ариметики, создали неразрѣшимый вопросъ о двухъ типахъ арабскихъ цифръ.

Присоединяя ко всѣмъ этимъ заключеніямъ наши выводы о графической природѣ нашихъ цифръ, мы получаемъ слѣдующую ихъ исторію.

Наши цифры представляютъ собою изобрѣтеніе постепенное и совсѣмъ не хитрое. Онѣ появились въ незапамятныя времена у народа, который считалъ по пальцамъ и потому имѣлъ два элемента для изображенія цифръ: палецъ и кисть руки. Первые девять цифръ онъ изображалъ сначала, какъ и всѣ народы, суммировкой простѣйшихъ цифровыхъ элементовъ, приближаясь къ римскимъ цифрамъ: I, II, III, IV, далѣе шло прибавленіе къ болѣе крупной единицѣ, т. е. пятеркѣ: V, VI, VII, VIII, IX. Однако, заслуга этого народа состояла въ томъ, что онъ не остановился, на подобіе рим-

лянтъ, на двухъ всего знакахъ, изображавшихъ схематически палецъ и кисть, а пошелъ дальше и путемъ скорописи выработалъ слитные знаки для двойки, тройки и четверки, при чемъ въ основаніе четверки легли четыре палочки, расположенныя не параллельно, а крестообразно. Комбинируя въ скорописи элементъ пятерки съ единицей и слитными знаками для двойки, тройки и четверки, а, можетъ быть, и трактуя эти знаки какъ діакритическія 1, 2, 3, 4, онъ выработалъ знаки для 6, 7, 8, 9. Всѣ эти знаки имѣли передъ извѣстными другимъ народамъ два преимущества: 1) они были единственными; т. е. занимали знакомъ одно мѣсто, а не нѣсколько (какъ римскія II, III, VIII или египетская суммировка 4 изъ двухъ двоекъ); 2) они по своему виду отличались отъ буквъ алфавита. Последнее обстоятельство рекомендовало ихъ вниманію тѣхъ народовъ, которыя для изображенія цифръ пользовались буквами, между прочимъ и индусовъ. Первое могло быть оцѣнено по достоинству только много вѣковъ спустя при приобрѣтеніи имъ значенія по положенію, такъ какъ при множественности они для писчей ариметики положенія не годились бы. Но они первоначально никакого отношенія къ значенію по положенію не имѣли, а потому рядомъ съ ними существовали и знаки для высшихъ цифръ, можетъ быть, для 10, 100, 1000, если 20, 30, 200, 300, 2000, 3000 изображались суммировкой или умноженіемъ, а, можетъ быть и еще больше знаковъ, если для суммированныхъ или умноженныхъ знаковъ были изобрѣтены тоже слитные знаки. Впрочемъ, последнее было бы уже не заслугой, а медвѣжьей услугой, такъ какъ обиліе знаковъ должно было бы давить память.

Народъ который изобрѣлъ эти девять (+ n) знаковъ называлъ 1, 3, 6, 7, 9 числительными, по-

хожими на „igin, ormis, caltis, zenis, celentis“, т. е. былъ не индусы, не семиты, не греки и не римляне, а азіатскій народъ уралоалтайскаго происхожденія.

Отсюда эти цифры могли съ незапамятныхъ временъ, какъ отличные отъ буквъ и слитные удобные знаки, попадать къ различнымъ народамъ безъ значенія по положенію. Попадали они, конечно, и къ индусамъ, но карьеру себѣ они сдѣлали своимъ проникновеніемъ въ Месопотамію. Сюда они были принесены, вѣроятно, тѣмъ народомъ, который ихъ выработалъ. Семитское завоеваніе Месопотаміи вытѣснило нѣсколько уралоалтайскихъ числительныхъ: четверка, пятерка и восьмерка дошли черезъ абацистовъ къ намъ только въ видѣ семитическихъ числительныхъ. Для остальныхъ космополитическая практика удержала уралоалтайскія названія.

Рано вовлеченная въ сферу греческаго вліянія Месопотамія усвоила себѣ греческій абакъ съ колоннами и мѣченными жетонами. Она сдѣлала для себя на востокѣ то, что римляне сдѣлали на западѣ. Римляне замѣнили первыя девять буквъ греческаго алфавита своими многомѣстными цифрами I—VIII, что на абакѣ не имѣло неудобства, а семиты давно имъ извѣстными, но безъ значенія по положенію, девятью цифрами. Такъ на абакѣ три цивилизаціи грекоримскосемитскаго міра амальгамировались: рядомъ съ римскими и греческими цифрами и числительными очутились цифры никому неизвѣстнаго происхожденія съ ихъ мѣшанными семитоуралоалтайскими названіями.

На абакѣ эти цифры пріобрѣтаютъ вмѣстѣ съ римскими и греческими значеніе по положенію, но сохраняютъ свои важныя преимущества: 1) одномѣстность и слитность, 2) отличие отъ буквъ. Со-

единеніе этихъ преимуществъ со значеніемъ по положенію открывало для нихъ двери повсюду.

На абакѣ же они приобрѣли себѣ неожиданнаго спутника въ видѣ чистаго жетона, который одинаково охотно замыкалъ серію, какъ жетоновъ, мѣченныхъ римскими или греческими числовыми знаками, такъ и жетоновъ, мѣченныхъ восточными знаками. Жетонъ этотъ у абацистовъ употреблялся для разныхъ отмѣтокъ, между прочимъ и для отмѣтки пустыхъ колоннъ или разрядовъ. Какъ греческій жетонъ, онъ былъ извѣстенъ подъ греческимъ именемъ *psēphos*, *psīphos*, или исковерканнымъ къ X—XII вв.: *sīpos*. Такъ къ девяти экзотическимъ названіямъ присоединилось одно греческое.

Абакъ былъ, конечно, всюду извѣстенъ на западѣ, въ передней Азіи. Отсюда онъ перешелъ вмѣстѣ съ тѣми помѣтками на немъ, которыя были болѣе въ модѣ на востокѣ, т. е. съ абацистскими цифрами въ Индію. Это могло случиться въ III в. до Р. Х., а можетъ быть и раньше. Такъ вмѣстѣ съ абакомъ разсѣялись повсюду наши цифры, кувываясь въ разныхъ мѣстахъ по различному на своихъ жетонахъ. Если куда они и являлись дважды, то именно въ Индію, а не на западъ изъ Индіи: одинъ разъ безъ значенія по положенію, другой разъ въ нѣсколько иныхъ положеніяхъ и формахъ со значеніемъ по положенію.

Судьба ихъ въ центрѣ такова. Онѣ усваиваются всѣми народами передней Азіи вмѣстѣ съ абакомъ, между прочимъ и восточными арабами. Здѣсь въ теченіе вѣковъ они вырабатываются въ тотъ типъ, который потомъ сохранили восточные арабы, усвоивъ индусскую ариметику.

На западѣ онѣ вмѣстѣ съ абакомъ жили столѣтія и тоже выработались въ самостоятельную графическую группу. Здѣсь усвоили ихъ западные

арабы и сохранили для писчей индусской ариметики, разработавъ еще болѣе въ сторону скорописи. У западныхъ арабовъ ихъ вмѣстѣ съ писчей ариметикой заимствовали латинскіе алгоритмики Зап. Европы, которые, впрочемъ, удерживали отчасти и извѣстныя имъ еще по абаку формы цифръ. Скоропись, каллиграфія, діакритическія потребности повели цифры у алгоритмиковъ въ сторону быстрыхъ разнообразныхъ измѣненій вплоть до выработки такихъ никому болѣе кромѣ Европы (и христіанскимъ народамъ изъ Европы) неизвѣстныхъ формъ, какъ наша четверка и пятерка.

Въ то время, когда письменная ариметика проникала въ Европу, неизвѣстный абацистъ (александрійскій анонимъ) чуть было не преобразилъ абакъ въ писчую ариметику. Онъ сталъ писать цифры вмѣсто жетоновъ прямо на пергаментѣ, но со значеніемъ по положенію. Такъ цифры въ родѣ 12, 22, 23 были написаны европейцемъ вполне современному безо всякаго содѣйствія арабовъ и индусовъ. Чтó бы этому анониму изобразить извѣстный ему по абаку въ видѣ жетона нуль письменнымъ знакомъ! Тогда у него появились бы и 10 и 20, но вотъ этой малости онъ не сдѣлалъ, а другимъ абацистамъ уже нечего было это дѣлать.

Это было сдѣлано нѣсколькими вѣками раньше въ Индіи. Путаясь въ разныхъ сложныхъ системахъ изображенія чиселъ и имѣя въ распоряженіи массу естественнаго писчаго матерьяла, индусы пришли незамѣтно для самихъ себя къ тому же, за чѣмъ мы поймали александрійскаго анонима. Они обратили инструментальное счисленіе абака въ письменное, но обогнали анонима тоже простой и тоже, конечно, анонимной мыслью пустить въ ходъ и жетонъ для отмѣтки пустыхъ разрядовъ въ видѣ письменнаго знака (кругъ или точка).

*monuments
Alex which
with place value
but no zero*

Въ этомъ новомъ свѣтѣ старыя цифры абака съ мѣстными индусскими измѣненіями представились тоже индусскимъ изобрѣтеніемъ. Онѣ пошли на западъ, но здѣсь встрѣтили родственныя формы восточныхъ и западныхъ арабовъ, которые, хотя и сохранили ихъ, но тоже сочли и ихъ за индусское изобрѣтеніе.

Были ли наши цифры извѣстны Боэцію? На абакѣ, а не въ книгѣ и тетради, конечно, были извѣстны! Ихъ могъ прекрасно знать и тотъ самый Пиеагоръ, котораго Лжебоэцій XI вѣка заставлялъ ихъ изобрѣтать. Фальсификаторъ (абацистъ XI в.) лгалъ, но очень прилично, учено и даже правдоподобно. Современники вѣрили ему не даромъ. Приписавъ изобрѣтеніе цифръ Халдеѣ, Радульфъ Ланскій, хотя и гадалъ, но попалъ пальцемъ довольно близко отъ настоящаго мѣста.



УКАЗАТЕЛЬ.

Буквы расположены въ порядкъ русскаго алфавита, причемъ латинское (итал., франц.) С приравнено русскому К, Ph—русскому Ф, H—русскому Х, французское Ch—русскому Ш.

I.

Имена собственные.

Абдуладиръ, см. Альсахави.
Абонъ—Рагелъ, XI в., 13.
Августинъ, блаж., 111.
Адельбольдъ, уч. X—XI вв., 95.
Альбаниа, ибнъ, 106.
Альберикъ de trois Fontaines, хроник. XIII в., 142, 143 пр. 1.
Algorithmi, см. Альхваризми.
Алькаласади, 106.
Альмахалли, Хоссейнъ бенъ Мохамедъ, 105, 121, 122.
Альмоки, Али бенъ Аби Беккръ, бенъ Алдьямалъ Алансалли, 105, 106, 120, 122, 123.
Альсахави, 105, 121.
Альхваризми, Мохаммедъ ибнъ Муза, арабъ матем. IX в., 22 прим. 1, 106, 108; латинская версія его имени: **Algorithmi**, 106, 107, 109, **Algoarizmi**, 108.
d'Anse de Villoison, уч. XVIII в., 119.
Аристотель, 74.
Архитъ тарентскій, матем. IV в. до Р. X.;—**Лжеархитъ** 14, 55, 78, 79, 80, 81, 93—96, 99.
Арундель, англ. аристокр. XVII в.; арунделевскія рукописи 50—51.
Арцерій, XVI—XVII вв.; арцеріанская рукопись 56. См.

Wolfenbüttel
Асопа, инд. дин., 126.
Баконъ, Рожеръ, XIII в., 110, 112.
Baluze, XVII—XVIII вв., 142.
Barberini, 27.
Bayley, 14, 48, 65, 89 пр. 3, 126—131, 172.
Бекъ, см. Boekh.
Бернелинъ, XI в. 26, 32, 36, 46, 49, 59, 67, 71, 144, 146.
Бетманъ, 123.
Blass, 74 пр. 2.
Bodley, XVI—XVII; Bodleian library въ Оксфордѣ 119, ср. Оксфордъ.
Boekh, Aug., 120, 122.
Boncompagni, XIX в.; его рукописи 27, 30, 31, 107; его журналъ 35 пр. 1.
Бозцій, V—VI вв., 30, 55, 81, 95, 96, 189.
Бозцій подложный VIII в.; его геометрія въ пяти книгахъ, 95, 96.
Бозцій подложный XI в.; его геометрія въ двухъ книгахъ, съ абокомъ: 11, 14, 18, 19, 22, 27, 30, 31, 32, 35, 36, 44,

45—47, 50—52, 55, 57, 59, 60, 64, 65, 67—69, 75—81, 91—97, 99, 101, 189.

Бронгаузъ, уч. XIX в., 139, пр. 1.

Бубновъ, 10, 56 пр. 1, 83 пр. 1, 93 пр. 1, 96 пр. 1, 100 пр. 1, 139 пр. 1, 144 пр. 1, 146 пр. 1.

Wailly, Natalis de, 26, 110, 111.

Валабхи, инд. дин., 126, 131, 132, 151.

Wallis, XVII—XVIII вв., 110, 119, 122.

Ward, XVIII в., 110.

Weidier, XVIII в., 119, 121, 122, 135, 158.

Benke, см. Woepcke.

Wildermuth, 134, 136, 139, 151.

Villicus, 110, 116, 118, 121, 122, 134, 136, 139, 151, 152, 175.

Вильгельмъ изъ Момаберн. хрон. XII в., 77 пр. 1.

Vincent, 14, 19, 27, 29, 47, 52, 54, 55, 63, 66, 93, 130.

Woepcke, 93, 104, 105, 117, 118, 120—122.

Volusius Maecianus, II в., 39 пр. 1, 42 пр. 1.

Gebhardt, 105, 110, 120, 121, 122.

Гербертъ, уч. X—XI вв., 23—26, 36, 45, 55, 57, 58, 61, 67—69, 73, 77, 78, 80, 89, 95, 142, 143, 148, 152.

Gerhard 27, 28, 120, 122, 139.

Геригеръ, уч. X в., 142, 143 пр. 1, 148 (Herigerus).

Герландъ Безансонскій, уч. XII в., 28—32, 35 пр. 1, 37, 41, 42, 44—46, 49—52, 58, 59, 61, 64, 67, 71, 144.

Геродотъ, 75.

Гомеръ, 126.

Gundermann, 27, 109, 110, 111,

118, 134, 136, 151, 154, 155.

Гупта, инд. дин., 126, 131, 132.

Dürrer, XVI в., 116.

Евклидъ, 79, 95.

Eugoraëus 153.

Ioannes (Jean) de Muris (de Murs), XIV в., 111, 114.

Іоаннъ Сакробоско, XIII в., 109, 112.

Іоаннъ Севильскій, XII в., 107, 108, 109, 112.

Исидоръ Севильскій, VII в., 39 пр. 1, 40, 43, 48, 52, 172, 174.

Campagne, 109, 110.

Cantor, 5, 13, 23, 27, 28, 30, 56, 77, 89, 120, 122, 134, 136, 151, 167.

Karabačak, 117, 118, 168.

Карлъ Великій, 23.

Casley, 110.

Kircherus, XVII в., 120, 122.

Koleser de Kereseer, 135.

Kopp, 13.

Croile, 120.

Кшатрапа, инд. дин., 126, 131, 132, 151.

Cunningham, 65, 128.

Curtze, Maxim, 109, 110.

Lachmann, 56 пр. 1.

Лейбницъ, 110.

Leonarde de Pise, XII—XIII в., 118.

Лефевръ, уч. XVI—XVII вв., 142.

Mabilion, 111.

Максимъ Планудесъ, XIV в., 40, 41, 107, 118—120, 122.

Mannert, XVIII в., 27, 110.

Массонъ, XVI—XVII вв.,

Папирій и Іоанъ. 142

Маурья, инд. дин., 130, 132.

Махаметъ, ар. прор., 78.
Mead, Dr., XVIII в., 28.
Montucia, XVIII в., 110.
Мохамметъ ибнъ Муза, см.
 Альхваризми.
Müller Ant., 13.

Nagl, Alfr., 28, 109, 111.
Narducci, 29.
Неофитъ, XIV в., 120, 122.

Oelschläger, см. **Olearius**.
Olearius, путеш. XVII в.,
 121.

Олимподоръ, филос. VI в.;
 олимподоровскій, 54.

Olleris, 26, 27.
Omont, H., 24, 30.
Оттонъ III, 95.

Петрарка, 111, 114.
Petrus Philomenus de Dacia,
 110.

Piccard, 13.
Pihan, 41 пр. 1, 105, 121, 131,
 135, 136.

Пиеагоръ, 41, 81, 92, 93, 94—
 96, 99, 189; пиеагорейцы, 14,
 55, 63, 79, 81, 93, 94; пиеаго-
 рейскій, 52, 54, 61; пиеагорей-
 щина 14.

Планудесъ, см. **Максимъ**.
Prinsep, 13, 131, 134, 139, 151.

Радульфъ (Рауль) Ланскій,
 XII, в., 20, 28, 30—32, 35 пр.
 1, 37, 41, 45, 50, 51, 57, 58, 61,
 67—69, 71, 72, 74—76, 99, 126,
 129, 144, 189.

Rainer, Erzherzog, 117.
Rauch, 13.
Reinaud, 131.

Рихеръ, истор. X в., 24—26,
 36, 57.

Ryse XVI в., 116.

Sacy, Silvestre de, 105, 121
Сакробоско (Holywood), см.

Иоаннъ.

Seyffarth, 13.
Сорбоннъ; Сорбонна 111.
Stenenson, 13.

Tavernier (Tavernerius), пут.
 XVII в., 135, 175.

Тиرونъ, I в. до Р. X., 13;
 тироновы ноты 13.

Thomas, Ed., 131, 134.

Treutlein, 26—29, 44, 64, 105,
 106, 108, 110, 111, 116, 134, 135,
 139.

Turchillus, XII—XIII вв., 29,
 30—32, 37, 39, 46, 59, 67.

Philomenus, см. **Petrus**.
Vossius, 13.

Friedlein, 27—29, 32, 36 пр.
 3, 42, 50, 51, 58, 61, 67, 105, 106,
 108, 110, 111, 116, 118—121.

Hager, 5, 13.

Halliwell, 29, 30, 32, 42, 50,
 51, 59, 64, 110.

Hankel, 26, 27, 105, 106, 110,
 111, 116.

Hase, 56.

Herigerus, см. **Геригеръ**.

Hervas, 134.

Holywood, см. **Сакробоско**.

Хоссейнъ бенъ Мохамедъ,
 см. **Альмахалли**.

Huet XVII в., 13, 14.

Hultsch, 39 пр. 1.

Humboldt, Alex., 120, 122.

Цицеронъ 13.

Charles, 27, 29, 30, 57, 83 пр.
 1, 141—146.

Эскулапъ, 55, 63, 64.

II.

Имена географическія.

Asia, 182, 187; азіатскій 136.
Александрія, въ Египтъ, 11, 14 пр. 2, 19, 54 пр. 1, 79, 80, 93, 96.
Alessandria, въ Италиі, александрійская рукопись, александрійскій анонимъ, 29, 32, 37, 41, 45, 50, 51, 58, 59, 61, 67, 188.
Altdori, 27.
Алтай, 174, 175; алтайцы 12, 153; алтайскій 11, 96, 160.
Аггас; аграсская рукоп., 134, 136, 158.
Ассамъ; ассамскій, 134, 136.
Ассирійскій, 96, 153, 169; ассирійцы 169.
Бактрія, 129; бактрияне 126; бактрійскій 13, 48, 49, 65, 90, 128, 130, 131, 132, 172;—бактрійцы 48, 172.
Берлинскія рукоп. 110, 112, 118, 122, 154, 158, 161, 162.
Бернская рукоп., 23.
Бомбейское генер.-губернаторство, 130.
Вавилонъ, 96, 156.
Vatican, рукопись, 27—29.
Венгерскій, 174.
Венеція, 118; венеціанск. рук. 40, 119.
Византія, 155; византіицы 85; византіискій 118.
Villeneuve, агг., 109.
Walfenbüttel, рукоп. 56.
Вѣнская рукоп., 109, 112.
Ганноверская рук. 110, 112.
Garonne, 110.
Gontaud, 100.
Греція, греки, passim; греко-бактрійское госуд. 90.

Dacia, 110.
Евфратъ, 153.
Египетъ, 174; египтяне 43, 126, 128, 130; египетскій 41 пр. 1, 93.
Essages, 110.
Зальцбургская рук. 109, 111, 112.
Иврейская рук., 23, 28, 32, 36.
Индія, 10, 11—13, 15, 49, 78, 79, 83—85, 89, 90, 92, 100—102, 117, 125—137, 151—189; индоскиоскій 131.
Индостанъ, 124.
Испанія, 108.
Набуль, 130.
Налькутта, 129.
Cambridge, 30.
Нарльсруэ, рукоп., 26, 29, 44, 45, 49, 51.
Castelnaud, comm., 109.
Saucou, cant, 109.
Кіевъ, 104.
Китайскій, 13.
Лациумъ, 24, 79, 95.
Лондонская рук., 29.
Lot 109, 110.
Лотарингія, 55, 95, 96; лотарингскій 18, 19, 77, 80, 95.
Месопотамія, 12, 153, 160, 163, 173, 174, 182, 183, 185.
Момзбарри, 77 пр. 2.
Монгольско-тугутанскія, 135, 136, 158.
Московія, 121; московскій 183.
Мюнхенс. рук., 26, 27, 29, 32, 37, 45, 51, 59, 64, 67, 109, 112.
Murguet, 109.
Нана—Гхатъ, 128, 130, 132, 151.

Непаль, 151; непальскія рук.
134, 136, 155.

Никомидія, 118.

Oxford, 28, 119; оксфордск.
рук. 50, 51, 119.

Парижъ, 142; парижск. рук.,
24, 26, 28—30, 32, 59, 105, 106,
110—112, 114, 117, 120, 139.

Персія, 117; персидскій зал.
12: п. цифры 121, 122, 130.

Pise, 118.

Регенсбургъ, рук., 109, 112.

Русскіе счета, 129.

Саламинская доска 17.

S. Victor, аббатство, 29, 143,
144.

С. Галленъ, рук., 28, 32, 37,
41, 44, 45, 49, 51, 58, 59, 61, 65, 67.

S. Germain des Prés, 105, 111,
114.

S. Petrus, Juvaviensis, аббат-
ство въ Зальцб. 111.

Севильскій, см. Иоаннъ. 107.

Семитическій, 11, 96, 99, 100,
153, 156, 160, 169, 173, семиты
12, 153, 160, 165, 183.

Сьенская рук. 110, 112.

Татарія, 121.

Тигръ, 153.

Тюрисскій, 160, 163.

Ураль 174; уралоалтайскій
96, 99, 153, 163, 165, 182, 185.

Финикійцы 126, 127, 128; фи-
никіане 130.

Финскій, 175.

Франція, 135.

Халдея, 12, 20, 129, 153 (Кал-
ду), 163, 169, 182, 189.

Heidelberg, 111.

Hindi, 130.

Цюрихская, рук. 23, 28, 32, 36,
39, 41, 59, 64, 67.

Chartres, 27, 30: шартрекій 57.

Швейцарія. 27.

Ширазъ 117, 121, 122.

Якутская обл. 79.

Эрлангенск. рук., 27, 111, 114.

Эрфуртская рук., 118, 122, 151.

III.

Предметный указатель.

Абакъ, 16—17: а. классич.
традиція 83; абакъ слово гре-
ческое 89; абакъ будто бы
арабское слово 77, 100, 144;
слово абакъ у евреевъ 100;
уголъ абака, конецъ абака,
145, абацисты 16—18, 36;—
древнѣйшій сборникъ абацис-
товъ, 95, 96, 142.

Алгоритмъ — современная
ариетика, 108; Algorismus 109;

алгоритмики 21, 108—116.

Альмуридахъ, 106, 121.

Анонимъ о дробяхъ на абакъ,
37.

Арабы, арабскіи, passim.

Ариетика наша; ея проис-
хожденіе 83—103.

Артикуль, десятки въ прона-
веденіи двухъ деноминацій
(см. деноминація), терминъ
абацистовъ, 148.

Деноминація, одно изъ первыхъ девяти цѣлыхъ чиселъ, въ своего значенія по положенію; изображается графически цифрой, 67, 145.

Дигитъ, единицы въ пронаведеніи двухъ деноминацій, терминъ абацистовъ, 118.

Еврей, 85, 93, 100, 156; еврейскій 169.

Землемеры, римскіе, 56, 95, 96.

Жетоны, на абакѣ, мѣченныя 73, 74; вырѣзныя Герберта 35, немѣченныя 36; ср. сипось, рсерфос, ротула, рота, колесо, нуль.

Calculi — жетоны на абакѣ, 73.

Квадрантъ, дробь на абакѣ, ея знакъ, 42.

Колесо, немѣченный жетонъ на абакѣ, 17, 73, 75, 96; ср. сипось, рсерфос, рота, нуль.

Комментаріи, на сочиненіе Герберта объ абакѣ, 23, 35 пр. 1, 69—72, 76, 142—149, 150.

Мирвана, 139.

Нуль, 3, 11, 18, 89 пр. 3, 94, 98, 129 пр., 138—156.

Оболь, дробь, ея знакъ, 39, 43, 48, 52.

Рсерфос, psiphos, ψῑφος, жетоны на абакѣ 11, 17, 74, 75, 89, 98, 150, 187; ψῑφοφορία, 118;— ср. жетонъ, колесо, рота, сипось, нуль.

Rota, rotula, немѣченный жетонъ на абакѣ, 17, 36, 69, 75, 76, 98, 141, 145 150; ср. жетонъ, колесо, нуль, рсерфос.

Sipos (seros), немѣченный жетонъ на абакѣ, 11, 12, 17, 31, 36, 69, 72, 72—78, 80, 81, 89, 98, 149, 150, 187; ср. жетонъ, колесо, нуль.

Сунья, названіе нуля у индусовъ, 98, 129 пр. 1, 139.

Тальхисъ, 106.

Унциа, дробь, ея знакъ, 39, 40, 43.

Хальтъ, дробь, ея знакъ, 39, 40.

Церать, дробь, ея знакъ, 39, 40.

Цифръ, цифра, названіе нуля у арабовъ и алгоритминовъ, 98, 139.

Цифры; генеративный принципъ цифръ 13; палочная теорія промах. цифръ 14; кувыркание цифръ, 3, 4, 11; перетасовочная теорія цифръ, 5, 63; цифры у абацистовъ: названія цифръ 30, 31, 79, общіе термины для обозначенія понятія „цифра“, 79; цифры не писались на абакѣ для вычисленій, 35; цифры какъ часть рисунка абака, 36; цифры абацистовъ въ колоннѣ абака со значеніемъ по положенію и безъ нуля, 37; 150—151; римскія цифры на абакѣ, 37; формы цифръ у абацистовъ: единица 39—40; двойка 40—42; тройка 42—47; четверка 48—51; пятерка 51—53; шестерка 53—60; семерка 60—62; восьмерка 62—66; девятка 66—67; нуль 67—77; сравнительныя замѣчанія о формѣ цифръ у разл. народовъ и ихъ исторія; нуль 139—151; девятка 151—154; восьмерка 9, 154—157; семерка 7, 9, 157—161; шестерка 9, 161—165; пятерка 3, 9, 14, 166—170; четверка 3, 4, 9, 170—173; тройка 173—175; двойка, 6, 175; единица 175.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Стр.
Введение	1— 15
Глава I. Возстановленіе цифръ абацистовъ	1— 82
1. Таблица цифръ у абацистовъ или таблица № 1. Матеріалы для ея составленія	22— 33
2. Основныя формы цифръ у абацистовъ	34— 82
Глава II. Исторія цифръ абацистовъ и нашихъ	83—175
1. Предварительныя условія для разсмотрѣнія таб- лицы № 2	83—103
2. Матеріалы для составленія таблицы № 2	104—137
Матеріалы для цифръ Гибаръ или западныхъ ара- бовъ	104—107
Матеріалы для цифръ алгоритмиковъ	108—116
Матеріалы для восточно-арабскихъ цифръ	117—123
Матеріалы для индусскихъ цифръ	124—137
3. Взаимоотношеніе цифровыхъ знаковъ у различ- ныхъ народовъ. Откуда взяты цифры абацистовъ?	138—175
Заключеніе	176—189
Указатель	191—196

Hungarian
are Europe

T

The reversed numerals, 2 etc -

формы и на

for ... The

new idea for ... The ...

Use of the alphas -

... for the ... century ...
as a general ... came to
be used ...

In ... (Italy) the ...

are used with place value - but not ...

credits a written arithmetic

the ... - but not on particular ...

... as to the exact use of the

... the ...

... like the ... numerals ...
early ...
... before ...

The ... described in ...

... and ...

ыфы и названія ихъ

Digitized by Google

къ народовъ и въ разныхъ вѣкахъ.

Digitized by Google

Цѣна 1 руб.

UNIVERSITY OF MICHIGAN



3 9015 06822 3851

DO

NOV 9 1959

LIBRARY

1959



